2. Úvod do dynamiky objektů

If I have seen further than others, it is by standing upon the shoulders of giants.

Isaac Newton

V této kapitole již využijeme jedné vlastnosti bodů, která reprezentuje reálné těleso, hmotnosti m, jejíž jednotka 1 kg patří do základní soustavy jednotek SI. Již jsme naznačili, že dynamika se zabývá příčinou pohybu těles.

V kinematice jsme dokázali popsat základní typy pohybů – rovnoměrný, rovnoměrně zrychlený, pohyb po kružnici, šroubovici a další. Neřekli jsme však, kdy se body budou pohybovat po těchto trajektoriích, pouze jsme časově popsali kinematické veličiny. Dynamika má tedy za úkol zkonstruovat rovnici, jejíž řešení bude právě časová závislost pohyby bodu $\boldsymbol{r}(t)$, z níž již dokážeme získat veškeré další informace dle vzoru předchozí kapitoly.

2.1 Hybnost a její změny** (v současné chvíli nepoužitelné)

Byť začínáme kapitole o dynamice hmotného bodu, formulovat zákony dynamiky je potřeba řádně. K tomu je vhodné zadefinovat si kinematickou veličinu, která bude obsahovat informaci o hmotnosti. Touto veličinou bude hybnost, která nám určuje, jak moc je těleso v pohybu. Když se na nás řítí dělová koule a hopík stejnou rychlostí, účinky jsou přece různé. Nejlépe je tedy vhodné zavést hybnost objektu coby rychlost váženou hmotností

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}.$$

Podívejme se na to, jak vypadají různé časové změny hybnosti. První časová změna má tvar

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\boldsymbol{v}) = \dot{m}\boldsymbol{v} + m\boldsymbol{a},$$

a vidíme, že pro hmotný bod je $\dot{m} = 0$, tudíž $\dot{\boldsymbol{p}} = m\boldsymbol{a}$. Obecně však může časem objekt svou hmotnost měnit. Zmiňme nejužívanější příklady: řetěz, který se odvíjí a odvinutou tíhou ovlivňuje rychlost odvíjení, nebo válec naplněný vodou s malou prasklinou, který ztrácí vodu.

Obecná formulace dynamiky je tedy složitější než zavedení dynamiky hmotného bodu, kde $\dot{m} = 0$, neboť hmotnost bodu se měnit nemůže. Podívejme se na druhou změnu

$$\ddot{\boldsymbol{p}} = \ddot{m}\boldsymbol{v} + \dot{m}\boldsymbol{a} + \dot{m}\boldsymbol{a} + m\dot{\boldsymbol{a}} = \ddot{m}\boldsymbol{v} + m\ddot{\boldsymbol{v}} + \dot{m}^2\dot{\boldsymbol{v}}^2,$$

zde vidíme, že roli hraje i zrychlení, s jakým se hmotnost mění, tj. najdeme člen $\ddot{m}$. Vidíme, že obecně bude mít n. změna tvar

$$\boldsymbol{p}^{(n)} = m^{(n)}\boldsymbol{v} + \text{členy obsahující nižší derivace } m + m\boldsymbol{v}^{(n)}.$$

Pokud si uvědomíme, že $\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{r}}$, má pravá strana charakter $(n+1)$. derivace polohy. Newton se domníval, že již první derivace hybnosti podá kompletní informaci o dynamice hmotného bodu. Myšlenky, které můžeme následovat, mají vždy charakter $\dot{\boldsymbol{p}}$, pro níž je dán nějaký předpis.

Podívejme se na speciální případ, kdy je změna hybnosti nulová, tj.

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \dot{m}\boldsymbol{v} + m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0},$$

v našem případě hmotného bodu je $\dot{m} = 0$ a tudíž získáváme informaci $\boldsymbol{a} = 0$. Pokud se tedy hybnost nemění, je nulové zrychlení. To nás nepřekvapí, neboť pokud se nemění hybnost, nemění se ani rychlost bodu. Zkusme se nyní podívat i na složitější objekt, který může měnit hmotnost, potom by nulová změna hybnosti znamenala existenci zrychlení

$$\boldsymbol{a} = -\frac{\dot{m}}{m}\boldsymbol{v},$$

což je rovnice, na jejíž levé straně je druhá derivace polohy a na pravé první. Výraz $\dot{m}/m$ je obecně časově závislý a vypadne pouze tehdy, pokud $\dot{m} = 0$. Vidíme tedy, že hybnost je složitější veličina než samotná rychlost.

Podívejme se na řešení naší rovnice. Pro zjednodušení označme $\dot{m}(t)/m(t) = M(t)$, poté lze rovnici integrovat a získat

$$\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}_0 = -\int_{t_0}^{t} M(t')\boldsymbol{v}(t')\ \mathrm{d}t',$$

získáváme tedy integrodiferenciální rovnici pro neznámou funkci $\boldsymbol{v}$, kterou bez znalosti $M(t)$ nedokážeme spočítat. K podobným rovnicím se dochází v kvantové mechanice při počítání matematického objektu, který popisuje rozptyl částic. Metoda je dosazení rychlosti z levé strany pod integrál a takto neustále dále za získání řešení

$$\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{v}_0 \left(1 - \int \mathrm{d}t' M(t') + \int \mathrm{d}t'\mathrm{d}t'' M(t')M(t'') - \cdots\right) = \boldsymbol{v}_0 \sum_{n=0}^{\infty} \int \mathrm{d}t^{(1)} \cdots \mathrm{d}t^{(n)} M\left(t^{(1)}\right) \cdots M\left(t^{(n)}\right).$$

2.2 Formulace obecné dynamiky

Obecná dynamická teorie je velice složitou fyzikální disciplínou. Dynamika je téměř synonymem pro evoluci, která je ve fyzice (až na statiku) předmětem zkoumání. Celá obecná teorie nelze v newtonovském přístupu formulovat bez popisu skrze hmotné body. Zakládáme naši teorii na jediném hmotném bodu, následně zákon rozšiřujeme na více hmotných bodů, velkým finále teorie je zobecnění na obecně spojité prostředí, kterými jsou např. proudící tekutiny.

Zdůrazněme v poznámce, že rozdělení popisu na diskrétní a spojitý nijak nesouvisí s atomovou teorií. Samozřejmě už v době Newtona se přemýšlelo o tom, zda je hmota něco souvislého či diskrétního. Ukázalo se však, že popis materiálů jako spojitých je na makroskopických škálách (např. vše, co dokážeme pozorovat) je dobrý, ať je vnitřní struktura hmoty jakákoliv.

Konce 19. a počátkem 20. století se přišlo na to, že hmota je skutečně tvořeny diskrétními atomy, avšak pravidla pro práci s nimi rozhodně nejsou ta navrhnuta Isaacem Newtonem. Existuje tedy určitá spodní limita Newtonovy dynamiky, ať se jedná o spojitou či diskrétní teorii, pod níž je nutné nasadit pravidla kvantové mechaniky.

Formulujme tedy dynamiku hmotného bodu. Isaac Newton postuloval tři elementární zákony, dle nichž se chovají hmotné body.

1. **Zákon setrvačnosti** – Libovolné těleso se pohybuje rovnoměrným přímočarým pohybem, není-li donuceno vnějšími vlivy tento stav změnit.

2. **Zákon síly** – Evoluce systému je daná diferenciální rovnicí $\boldsymbol{F} = \dot{\boldsymbol{p}} = m\boldsymbol{a}$, kde je zadán funkcí předpis $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$ který se nazývá síla, m je hmotnost bodu, jíž vysvětlíme později.

3. **Zákon akce-reakce** – Působí-li bod A na bod B silou $\boldsymbol{F}_{BA}$, potom bod B působí na bod A silou $\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$.

2.3 Interpretace Newtonových zákonů

Sem by mělo přijít, proč první zákon znamená existenci inerciálních soustav, jaký je význam hmotnosti etc.

2.4 Energetický popis dynamiky