

10. ročník, úloha III. 3 ... koule (5 bodů; průměr ?; řešilo 77 studentů)

Tři koule jsou spojeny stejnými gumičkami tak, že tvoří rovnostranný trojúhelník. Soustava leží na hladkém vodorovném stole. Jaké náboje je třeba na koule přivést, aby se plocha trojúhelníka zdvojnásobila? Tuhost gumiček je k , počáteční délka je l .

V zadání to nebylo patřičně zdůrazněno, ale předpokládáme, že náboje, které přivedeme na koule mají stejnou velikost. Řešení pro různé náboje by bylo o něco složitější.

Aby se obsah trojúhelníka zvětšil dvakrát, musíme jeho stranu zvětšit $\sqrt{2}$ -krát. To plyne ze vztahů

$$2S = 2 \cdot \frac{1}{2} l^2 \sin 60^\circ = \frac{1}{2} (\sqrt{2}l)^2 \sin 60^\circ.$$

To samozřejmě platí obecněji. Když nějakému objektu zvětšíme lineární rozměry n -krát, pak se jeho plochy, povrchy atd. zvětší n^2 -krát a jeho objem vzroste n^3 -krát.

Dále je zřejmé, že všechny náboje musí mít stejné znaménko, protože chceme-li, aby se obsah trojúhelníka zvětšil, všechny tři kuličky se musí odpuzovat. Na každou kuličku působí elektrostatické síly \mathbf{F}_{el} od dalších dvou kuliček a síly od gumiček \mathbf{F}_k (viz obr. 1). Působící síly musí být v rovnováze. Síla \mathbf{F}_{el} , kterou působí jedna kulička na druhou, má podle Coulombova zákona velikost

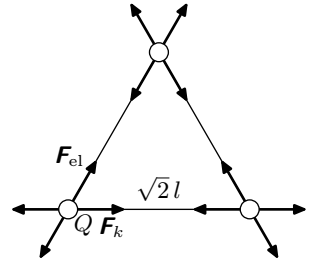
$$F_{el} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q^2}{(\sqrt{2}l)^2}.$$

Síla \mathbf{F}_k , má velikost $F_k = k\Delta l = k(\sqrt{2} - 1)l$. Musí tedy platit

$$k(\sqrt{2} - 1)l = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q^2}{(\sqrt{2}l)^2}.$$

Náboj, který musíme přivést na každou kuličku tedy je

$$Q = \pm 2l \sqrt{2\pi\epsilon k l (\sqrt{2} - 1)}.$$



Obr. 1

Veronika Štulíková & Jana Gřondilová