

10. ročník, úloha III. S ... Venuše (4 body; průměr ?; řešilo 27 studentů)

Vypočtete ekliptikální a rovníkové souřadnice Venuše pro 24. 8. 1988 v 0^h UT (světový čas). Pro tento den určete vzdálenost Venuše od Země a máte-li doma nějakou hvězdnou mapu, určete také souhvězdí, ve kterém se Venuše nachází. Elementy drah Venuše a Země jsou

$$a_V = 0,72333 \text{ AU}, \quad e_V = 0,00679, \quad i_V = 3,3949^\circ, \quad \Omega_V = 76,7112^\circ, \quad \omega_V = 55,0804^\circ, \\ a_Z = 1,00000 \text{ AU}, \quad e_Z = 0,01673, \quad i_Z = 0,0014^\circ, \quad \Omega_Z = 352,2647^\circ, \quad \omega_Z = 110,6756^\circ.$$

Oběžná doba Země kolem Slunce je $T_Z = 365,2571$ dne. Údaj o okamžiku průchodu planet periheliem je nahrazen zadáním středních anomálií Venuše M_0^V a Země M_0^Z pro 18. 7. 1988 v 0^h UT

$$M_0^V = 186,0712^\circ \quad M_0^Z = 193,2434^\circ.$$

Při řešení nepoužívejte žádné vztahy vyčtené z knih o astronomii.

Postup řešení je popsán právě ve 3. kapitole. Popíšeme zde jen stručně jeho nejproblémovější místa.

Podle druhé kapitoly seriálu se střední anomálie M vyjádřená v *radiánech* v čase t rovná

$$M = \frac{2\pi(t - t_p)}{T},$$

kde T je oběžná doba dané planety a t_p je okamžik průchodu periheliem. Ze zadané hodnoty M_0 v čase $t_0 = 18. 7. 1988$ vyjádříme neznámou dobu průchodu periheliem t_p . Nakonec pro M_1 dostaneme

$$M_1 = 2\pi \frac{\Delta t}{T} + M_0,$$

kde $\Delta t = t_1 - t_0$ (v našem případě $\Delta t = 37$ dní). Ještě potřebujeme znát oběžnou dobu T_V Venuše. Tu však hravě získáme z III. Keplerova zákona

$$T_V = T_Z \left(\frac{a_V}{a_Z} \right)^{\frac{3}{2}},$$

číselně pak $T_V = 224,7002$ dne. Pro střední anomálie Země M_Z a Venuše M_V nakonec dostaneme tyto hodnoty

$$M_V = 4,282169 \text{ rad}, \quad M_Z = 4,009211 \text{ rad}.$$

Dalším krokem pak bylo vypočítat pravouhlé souřadnice (x, y, z) těchto planet v rovině jejich oběhu. Této problematice byla věnována 2. kapitola. Číselné hodnoty jsou

$$x_V = -0,3106310 \text{ AU}, \quad x_Z = -0,6729527 \text{ AU}, \\ y_V = -0,6555319 \text{ AU}, \quad y_Z = -0,7544617 \text{ AU}, \\ z_V = 0,0000000 \text{ AU}, \quad z_Z = 0,0000000 \text{ AU}.$$

Potom následuje série otočení daných vztahy (28), (29) a (30) z 3. kapitoly seriálu. Jejich výsledkem je

$$X_V = +0,6946958 \text{ AU}, \quad X_Z = +0,8859994 \text{ AU}, \\ Y_V = +0,2055145 \text{ AU}, \quad Y_Z = -0,4869115 \text{ AU}, \\ Z_V = -0,0373047 \text{ AU}, \quad Z_Z = -0,0000088 \text{ AU}.$$

Souřadnice Venuše vzhledem k Zemi pak jsou

$$X_0 = -0,1913032 \text{ AU}, \quad Y_0 = 0,6924260 \text{ AU}, \quad Z_0 = -0,0372959 \text{ AU}.$$

Nyní už můžeme určit vzdálenost Venuše od Země,

$$R = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2} = 0,71933 \text{ AU}.$$

Ze vztahů pro $\sin \beta$, $\cos \lambda$ a $\sin \lambda$ určíme úhly β , λ . Je třeba si uvědomit, že rovnice typu $\sin \lambda = 0,5$ má dvě řešení v intervalu $\langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$ ($\lambda = 30^\circ$ a $\lambda = 150^\circ$). Abychom mohli jedno z nich vybrat (a tím určit ekliptikální délku), je nutné znát i hodnotu $\cos \lambda$, resp. její znaménko. Výsledné hodnoty ekliptikálních souřadnic Venuše jsou $\lambda = 105^\circ 26' 40''$ a $\beta = -2^\circ 58' 19''$.

Základní rovinou rovníkového souřadného systému je rovina zemského rovníku (viz 1. kapitola). Proto musíme určit kartézské souřadnice Venuše vzhledem k soustavě, kde X -ová osa leží ve směru k jarnímu bodu a rovina rovníku splývá s rovinou XZ . Tyto souřadnice (X_0^R, Y_0^R, Z_0^R) dostaneme z (X_0, Y_0, Z_0) pootočením kolem osy X o úhel $-\varepsilon$ (viz 3. kapitola)

$$\begin{aligned} X_0^R &= X_0, \\ Y_0^R &= Y_0 \cos \varepsilon - Z_0 \sin \varepsilon, \\ Z_0^R &= Y_0 \sin \varepsilon + Z_0 \cos \varepsilon. \end{aligned}$$

Výsledné rovníkové souřadnice rektascenze α a deklinace δ se z těchto souřadnic obdrží naprosto stejným způsobem, jako λ a β z (X_0, Y_0, Z_0) . Číselné hodnoty jsou: $\alpha = 7^{\text{h}}05^{\text{m}}37^{\text{s}}$ a $\delta = 19^\circ 39' 03''$. Souřadnice na hvězdných mapách jsou právě rovníkové. Venuše se v tuto dobu nacházela v souhvězdí Blíženců.

Alexander Kupčo