

**10. ročník, úloha VI. P ... vodovod** (4 body; průměr ?; řešilo 13 studentů)

Ke koncům vodorovné trubice délky  $l$ , hmotnosti  $M$  a konstantního průřezu  $S$  jsou připevněna kolena, která přivádí vodu seshora a odvádí ji směrem dolů (voda běží svisle, zatočí doleva, běží vodorovně, pak zahne vpravo a běží zase svisle dolů). Druhé koleno je upevněno na otočném kloubu. Jaký průtok musí být v trubici, aby zůstala vodorovně?

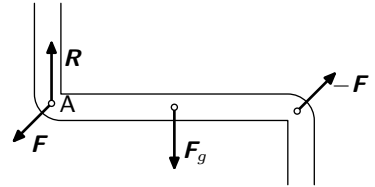
Označení veličin v úloze:  $\rho$  je hustota vody,  $g$  – tíhové zrychlení,  $S$  – průřez trubky,  $l$  – délka trubky a  $M$  – hmotnost trubky. Prvním krokem k správnému vyřešení úlohy je zakreslení všech působících sil (viz obr. 1).

Sílu  $F$ , kterou působí na trubici protékající kapalina, určíme z druhého Newtonova zákona

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

Síla  $R$  je reakční síla upevnění prvního kolena. Její velikost a směr určíme z podmínky rovnováhy sil

$$F - F + R + F_g = 0 \Rightarrow R = -F_g.$$



Obr. 1

Dále nás bude zajímat pouze  $y$ -ová složka síly  $F$ . Pro její velikost bude platit

$$F_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = \frac{v \Delta m}{\Delta t} = v^2 \rho S = \frac{Q_m^2}{\rho S} = \frac{\rho Q_v^2}{S},$$

kde  $Q_m = \Delta m / \Delta t = \rho v S$  je hmotnostní průtok a  $Q_v = \Delta V / \Delta t = v S$  průtok objemový.

Velikost tíhové síly je dána vztahem

$$F_g = (M + \rho l S) g.$$

Má-li zůstat trubka v klidu, musí být splněna kromě podmínky rovnováhy sil také podmínka rovnováhy momentů sil vůči libovolné pevné ose. Pro osu zvolenou v bodě upevnění A tak máme

$$F_g \frac{l}{2} = F_y l.$$

Odtud dostaneme pro hmotnostní průtok rovnici

$$(M + \rho l S) g \frac{l}{2} = \frac{Q_m^2}{\rho S} l \Rightarrow Q_m = \sqrt{\frac{g \rho S (M + \rho l S)}{2}}.$$

Pro objemový průtok pak obdržíme

$$Q_v = \sqrt{\frac{g S (M + \rho l S)}{2 \rho}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g (M + \rho l S)}{2 \rho S}}.$$

*Vladimír Slavík*