Milí řešitelé,

jsme rádi, že jste se rozhodli po zážitku se zadáním první série otevřít i obálku se zadáním série druhé.

Jistě jste si všimli, že některé úlohy jsou podivně označeny. Podrobnější vysvětlení tohoto označení jsme vám dosud dlužni. První čtyři úlohy jsou řekněme klasické početní. Zde je vaším úkolem odhalit fyzikální princip úlohy a pomocí vzorců, které vám jistě prozradil váš učitel fyziky, se pokusit dobrat k výslednému vztahu, nejlépe k obecnému, a pak si dosazením konkrétních hodnot vyzkoušet, jestli nedává úplně zcestné výsledky.

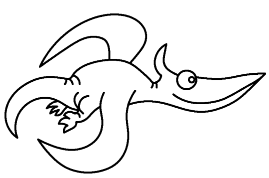
Pak objevíte problémovou úlohu označenou písmenem P. Zde je váš cíl poněkud jiný, než v předcházejících úlohách. Hluboce se zamyslete nad fyzikální podstatou předloženého problému a s pomocí literatury či konzultanta se pokuste zformulovat řešení. Bohužel u těchto úloh mnohdy ani sami organizátoři neznají „správné řešení". Autorské řešení pak bude soubor těch nejlepších postřehů, které nám zašlete. Pokud by se problém zdál dostatečně zajímavý, můžeme se k jeho řešení vrátit i v dalších sériích. Je dokonce možné, že ani po delší diskusi se nedobereme k cíli ve tvaru $E = \ldots$

Zkratkou Exp. je označena úloha experimentální. Při ní se snažte opravdu si něco prakticky vyzkoušet, protože fyzika je svou podstatou (na rozdíl od matematiky) vědou experimentální. Každou teorii a hypotézu je třeba experimentálně prověřit. A pokud se teorie neosvědčí, je nezbytné ji poopravit, ne-li úplně zavrhnout. Pokud vám tedy vyjde něco, co by vyjít nemělo, chyba může být i vtom, že jste si daný problém příliš zjednodušili. Ale i skutečná věda začíná vždy od jednoduchých modelů, aby se v případě jejich alespoň částečné úspěšnosti přešlo ke složitějšímu popisu.

Experimentální úloha však není to poslední, čím můžete potrápit svůj mozek. Své obzory si můžete rozšířit studiem Seriálu na pokračování. Na konci každé jeho kapitolky na vás čeká další, tentokrát už poslední úloha, označená písmenkem S. Víme, že letošní téma jsme zvolili poněkud náročnější, a proto bychom rádi věděli, jestli pro vás není tempo výkladu příliš rychlé. Napište nám svůj názor, rozumíte tomu, není to moc složité?

Spousty dobrých nápadů při řešení vám přejí

Jan Hradil & Jana Gřondilová



Zadání II. série

Termín odeslání: 15. prosince 1997

Úloha II . 1 ... *korálky*

Na tyči zanedbatelné hmotnosti o celkové délce $4a$ jsou navlečeny symetricky ve vzdálenosti a od osy otáčení dvě koule o hmotnosti m. Na obou koncích tyče jsou umístěny dokonale pružné odrazné destičky. Tyč je roztočena na úhlovou rychlost ω_0 a poté jsou uvolněny obě koule. Za předpokladu, že se tyč nadále pohybuje volně a bez tření určete:

a) Po jaké trajektorii se budou pohybovat obě kuličky vzhledem k pozorovateli v inerciální soustavě.

b) Jak se bude měnit úhlová rychlost soustavy ω v závislosti na čase.

c) Jak by se změnily výsledky předešlých úloh, kdybychom udržovali (např. pomocí motoru) úhlovou rychlost na konstantní hodnotě ω_0.

Úloha II . 2 ... *odraz*

Gumová kulička o průměru 1 cm dopadá na ocelovou desku z výšky dvou metrů. Odhadněte řádově, jak velké bude její průměrné zrychlení během odrazu.

Úloha II . 3 ... *ze života hmyzu*

Na skleněné kouli o poloměru R sedí hladový pavouk. Nejraději jí mouchy a zrovna jedna sedí na stejné kouli. Najděte pro mouchu takovou polohu na kouli, aby jí pavouk neviděl. Předpokládejte, že pavouk má oči zhruba v jednom bodě ležícím na kouli, a že moucha je vysoká h.

Úloha II . 4 ... *kapka deště*

Jeden náš řešitel, který se vracel ze soustředění za deštivého počasí vlakem domů si všiml, že kapky na skle vytvářejí přímé stopy. Změřil, že jsou od svislého směru odkloněny o úhel $\alpha = 35°$. Určete jakou rychlostí jel vlak, mají-li kapky poloměr $r = 2\,\mathrm{mm}$.

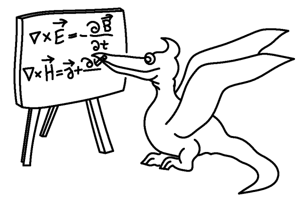
Úloha P . II ... *automobily*

Představte si, že po přímé silnici jedou dva automobily o hmotnosti m konstantní rychlostí v. Jeden z nich pak zrychlí na rychlost $2v$ a jeho kinetická energie se tím zvětší o $3mv^2/2$. Při pohledu ze soustavy spojené s druhým autem zrychlí první z nulové rychlosti na rychlost v, čímž získá kinetickou energii $mv^2/2$. Vysvětlete, jak je to možné, když z hlediska obou soustav by se měla uvolnit stejná energie paliva.

Úloha Exp . II ... *kadeřnictví v rukou fyzika*

Změřte pomocí fénu (ručního elektrického vysoušeče vlasů) tepelnou kapacitu vzduchu.

Poznámka: Připomínáme, že experimentální úloha je od slova experimentovat. Proto neváhejte a místo teoretických výpočtů se chopte fénu a opravdu si to zkuste. Kromě experimentálních zážitků budete oceněni i tím, že experimentální úloha je hodnocena tradičně více, než ostatní úlohy.



Seriál na pokračování

Kapitola 2: Heisenbergovy relace neurčitosti

Relace neurčitosti.

V kvantové teorii není měření zdaleka tak triviální záležitostí jako v klasické fyzice. V ní bylo možno hodnotu libovolné veličiny zjistit (alespoň v principu) dostatečně šetrným způsobem, aby bylo těleso procesem měření ovlivněno tak málo, jak jen budeme chtít. Zaměříme-li se na studium mikrosvěta, zjistíme, že míra vlivu měření na náš kvantově-mechanický systém nemůže být nikdy libovolně malá a že existují veličiny, jejichž hodnoty nemůžeme nikdy znát zároveň přesně.

Například polohu elektronu můžeme zjistit tak, že si na něj posvítíme. Přesněji řečeno, vyšleme foton, který se od něj odrazí, a odražený foton poté nějakým způsobem zachytíme. Například fotografickou deskou. Proces detekce ponechme stranou a podívejme se, co se mezitím stalo s naším elektronem. Protože do něj narazil foton o hybnosti $p = h/\lambda$, můžeme očekávat, že se jeho hybnost změnila o hodnotu řádově srovnatelnou:

$$\Delta p_x \simeq \frac{h}{\lambda}. \qquad (1)$$

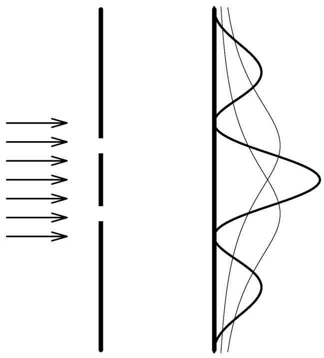
Přesnost Δx, s jakou budeme znát polohu elektronu je zase řádově srovnatelná s vlnovou délkou použitého světla. Dospíváme tedy ke vztahu

$$\Delta x \Delta p_x \simeq h, \tag{2}$$

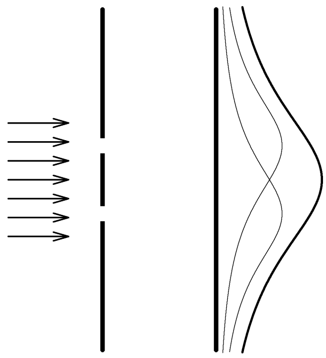
který se nazývá relací neurčitosti mezi polohou a hybností. Pokud bychom chtěli znát polohu elektronu s velkou přesností, museli bychom použít fotony s malou vlnovou délkou, a tím i s velkou hybností, které podstatně ovlivní hybnost elektronu. Poslední odhad neplatí jen pro měření, které jsme uvažovali, ale má zcela obecnou platnost.

Dvojštěrbinový experiment.

Jak již bylo řečeno v první kapitole, má každá částice o hybnosti p vlastnosti vlny s vlnovou délkou $\lambda = h/p$. Pokud tato hybnost není určena přesně, nemá samozřejmě ani vlnovou délku zcela přesnou. Tyto vlny mohou interferovat stejně jako každé jiné vlnění. Nejlépe je to vidět na známém dvojštěrbinovém experimentu. Představte si, že máme přepážku, ve které jsou vyříznuty blízko sebe dvě úzké štěrbiny. Na jednu stranu umístíme zdroj monochromatického světla, například laser, kterým svítíme na přepážku a na druhou dáme do velké vzdálenosti rovnoběžně s přepážkou stínítko. Na něm se pak objeví známé interferenční proužky.



Obr. 1



Obr. 2

Z hlediska vlnové teorie světla má tento výsledek jasné vysvětlení. Na přepážku dopadá světelná vlnoplocha, jejíž každý bod se podle Huygensova principu stává zdrojem dalších elementárních vlnoploch. Obě štěrbiny se tedy chovají jako dva koherentní zdroje světla a vlny z nich vycházející budou za přepážkou interferovat. V místech na stínítku, kde se obě vlny setkají ve fázi, vzniknou světlé proužky a místa, kde budou tyto vlny v protifázi, zůstanou neosvětlena (obr.1). V případě, že jednu ze štěrbin zakryjeme, zaniknou interferenční proužky a na stínítku se objeví jedna rozmazaná spojitá skvrna, protože světlo dopadající na stínítko pochází z jediného místa na přepážce.

Z hlediska částicové teorie pokus vypadá jinak. Necháme-li otevřenou pouze jednu štěrbinu, budou částice světla dopadat do okolí místa na stínítku, které leží na polopřímce laser-štěrbina. Protože se při interakci s přepážkou během průchodu štěrbinou mohou trochu od původního směru odchýlit, nesejdou se všechny v jednom bodě, ale vytvoří stejnou skvrnu, jakou předpovídá vlnová teorie světla. Pokud nyní otevřeme i druhou štěrbinu, projde každá částice buď jednou nebo druhou z nich, takže se pouze zvýší počet částic, které projdou přepážkou. Obraz na stínítku se příliš nezmění, bude jenom intenzivnější (obr.2). Žádné interferenční proužky by vznikat neměly.

Protože světlo můžeme považovat za proud fotonů, což dokazuje například fotoelektrický jev, musíme se s tímto rozporem nějak vypořádat. Vysvětlení je jednoduché, ale příčí se trochu naší zkušenosti, kterou máme ze světa makroskopických těles. Nejjednodušší vysvětlení, že se navzájem ovlivňují částice, z nichž jedna prošla první štěrbinou a druhá druhou, není správné, protože ke vzniku proužků by dochází i v případě, že ze zdroje vysíláme částice jednu po druhé. Na částici mají tedy při jejím pohybu vliv obě štěrbiny najednou, to znamená, že při průchodu dvojštěrbinou neměla částice určitou polohu. To je přesně v souladu s relacemi neurčitosti. Částice ani nemohla mít určitou polohu, protože jsme při pokusu poměrně dobře specifikovali její hybnost, když jsme řekli, že pochází z monochromatického zdroje a že letí směrem k dvojštěrbině. S trochou nadsázky to můžeme vyjádřit tak, že částice proletěla oběma otvory najednou a interferovala sama se sebou.

Zajímavé je, že podobný výsledek dostaneme i v případě, že zmíněnými částicemi nejsou fotony, ale i například elektrony. Tento pokus je více než výmluvným potvrzením de Broglieho hypotézy, podle které má v mikrosvětě vlnové vlastnosti každá částice.

Zatímco předchozí odvození relací neurčitosti umožňovalo i takovou interpretaci, že částice sice v každém okamžiku má určitou polohu i hybnost a že je pouze nejsme schopni současně změřit, pokus s průchodem částic dvojštěrbinou ukázal, že částice ani v principu určitou polohu a hybnost nikdy zároveň nemá.

Pro úplnost ještě dodejme, že přesné znění relací neurčitosti (2), korektně odvozené v kvantové teorii je

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \tag{3}$$

kde symbol Δ znamená střední kvadratickou odchylku příslušné veličiny.

Úloha S . II ... ***relace neurčitosti***

a) Před objevem neutronu existovala hypotéza, že jádro s atomovým číslem Z a hmotnostním A se skládá z A protonů a $A - Z$ elektronů. Odhadněte řádově, jakou kinetickou energii by měl elektron, jehož neurčitost polohy by byla srovnatelná s velikostí jádra helia. Jaké důsledky má tento odhad pro zmíněnou hypotézu? Pokud se částice pohybuje rychlostí srovnatelnou s rychlostí světla, nelze již použít klasický vztah pro kinetickou energii $E_{\mathrm{kin}} = p^2/2m$, a místo něj je třeba vzít relativistický vzorec:

$$E_{\mathrm{kin}} = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2, \tag{4}$$

kde m_0 je klidová hmotnost částice.

b) Uvažujme výše popsaný dvojštěrbinový experiment s elektrony. Vzdálenost štěrbin je $b =$0,3 mm a vzdálenost stínítka od přepážky $l = 1$ m. Zjistěte, jakou rychlost musí mít elektrony, aby vzdálenost dvou sousedních interferenčních minim na stínítku, které může být sestaveno například z fotočlánků, byla $d = 0,2$ mm.

c) Představte si, že místo dvou štěrbin uděláme do přepážky pouze jednu. Po průchodu touto štěrbinou se fotony odchylují od původního směru, takže na stínítku uvidíme místo ostrého obrazu štěrbiny rozmazanou světlou skvrnu. Vysvětlete tento jev na základě relací neurčitosti.

Literatura

ARTHUR BEISER: Úvod do moderní fyziky, *Academia, Praha 1978.*

Naše adresa: *FKS, KTF MFF UK*
V Holešovičkách 2, 180 00 Praha
e-mail: *fykos@mff.cuni.cz*