

11. ročník, úloha VI. P ... zastavení v zatáčce (4 body; průměr ?; řešilo 30 studentů)

Představte si, že jednou budou u nás vlaky jezdit opravdu rychle. Necht' rychlík zastaví v oblouku o poloměru 500 m, který je klopen pro rychlost 200 km/h (tzn. že na cestující v jedoucím rychlíku působí neustále síla jen kolmo dolů). A protože lidé jsou zvědaví, vykloní se všichni z oken na vnitřní straně oblouku, aby zjistili, co se děje. Vaším úkolem je zjistit, kolik lidí musí ve vlaku být, aby se překlopil.

Vlak je složen z 10 čtyřosých rychlíkových vozů o délce 25 m, šířce 3 m, výšce 4,2 m a hmotnosti 40 t. Těžiště vozu je ve výšce 1,2 m od hlavy kolejnice, rozchod koleji je 1738 mm. Spodní okraj otevřeného okna necht' je ve výšce 2,5 m.

Nejprve se musím všem řešitelům omluvit za malou chybu. Rozchod kolejí jsem omylem zadal jako 1738 mm místo 1435 mm. Při zachování ostatních hodnot by se vlak při daném klopení převrhl sám.

Nejprve bylo nutno vypočítat klopení oblouku. Každý přišel na to, že

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{rg}, \quad (1)$$

kde v je rychlost vlaku, r poloměr oblouku a g gravitační zrychlení.

Předpokládejme, že lidé se vykloní tak, že jejich těžiště bude na dolním okraji otevřeného okna. Situaci rozebereme pouze pro jeden vůz, neboť vozy jsou spojeny pohyblivými spřáhly. Dále nebudeme uvažovat, že vozy působí na sebe navzájem, neboť se mohou volně pohybovat po kolejích. Platí tato momentová věta

$$am_v = Nbm_1, \quad (2)$$

kde m_v je hmotnost jednoho vagónu, m_1 průměrná hmotnost člověka, N počet lidí v jednom vagónu, a rameno síly působící na vagón a b rameno síly působící na člověka. Ramena je možno vypočítat různými způsoby, např. vypočítat souřadnice působišť daných sil v soustavě, kde osy jsou spojeny s vozem (osa x rovnoběžně s podlahou) a pak je do transformovat do souřadné soustavy s osou x vodorovnou

$$a = \frac{l}{2} \cos \alpha - h_t \sin \alpha,$$

$$b = h_o \sin \alpha + \frac{s-l}{2} \cos \alpha,$$

kde l je rozchod kolejí, h_t výška těžiště, h_o výška okraje okna a s šířka vozové skříně.

Po dosazení do (2) dostaneme výsledný vztah pro počet lidí na jeden vagón

$$N = \frac{m_v}{m_1} \frac{l \cos \alpha - 2h_t \sin \alpha}{2h_o \sin \alpha + (s-l) \cos \alpha}.$$

Počet lidí vychází asi 29,5 osoby na vagón při průměrné hmotnosti člověka 70 kg, čili 295 lidí rovnoměrně ve vlaku.

Nyní k realnosti úlohy. Především klopení nebude ve skutečnosti asi tak velké. Poloměr bude pro vysoké rychlosti asi větší a úhel klopení bude menší, než vypočtený dle vztahu (1). Otázkou je výška těžiště vagónu, neboť tu jsem musel odhadnout. Takže, v realu by asi bylo potřeba více lidí.

Jiří Libra

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.