

12. ročník, úloha III. E ... tloušťka vlasu (8 bodů; průměr ?; řešilo 46 studentů)

Změřte tloušťku lidského vlasu více metodami, výsledky a chyby jednotlivých metod porovnejte. Vzorek vlasu přiložen.

Třetí experimentálka se evidentně těšila velké oblibě, sešlo se nám na 23 různých řešení, z nichž jste mnoho přímo provedli, nebo je jen z bláznivosti navrhli. Nejprve pár obecných poznámek. Tloušťku vlasu můžeme měřit přímo (mikrometrem), popř. určitým způsobem zjistit mocnost více vlasů. Můžeme však také využít jiných vlastností, např. ohybové jevy, lehkost a malý odpor při pádu atd. a také sáhnout k projekčním a optickým (zvětšovacími) metodám. Zde je však nutné se pozastavit nad geometrií vlasu, který je většinou metod považován za kruhový v průřezu, hladký, rovný, nestlačitelný, homogenní, konstantního průměru, tvarovatelný . . . , což však vždy zajistit nemůžeme a je nutné to uvážit. Co se týče populační statistiky, uvádíme údaje P. Čenduly a J. Houfka

„V podstate existujú podľa biológov . . . dva typy vlasov prvý typ . . . reprezentujú ľudia s relatívne rovnými (nekučeravými) vlasmi; druhú kategóriu tvoria ľudia s kučeravými vlasmi . . . prvá kategória má kvázi kruhový tvar, druhá . . . má tvar v jednom smere pretiahnutý približne dvakrát toľko.“

„Tloušťka vlasů populace ČR se pohybuje mezi 15 až 138 μm . U žen je průměrná tloušťka 68,17 μm , u mužů 66,39 μm . Nejtlustší vlasy rostou v oblasti temene a týlu. Nejtencí v oblasti spánkové a čelní. Světlovlasí lidé mají asi $150 \cdot 10^3$ vlasů, tmavovlasí asi $(80 - 100) \cdot 10^3$.“

Nyní stručně k nejčastějším metodám:

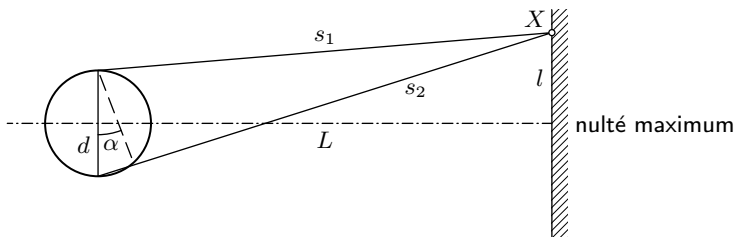
1. Mikrometr — prosté řešení, otázkou však zůstává deformace vlasu, rovnost čelistí a proměnnost průřezu. Můžeme tedy měřit na různých částech vlasu i ploch měřidla a vlas udržovat patřičně uvolněný. Těž neškodí proměřit nulovou hodnotu mikrometru, diskutabilní je pokusit se odhadovat další dělení jdoucí za nejjemnější dílky měřidla. Průměr vámi naměřených hodnot je 53 μm . Snad nejčastější metoda, bohužel někdy jediná, ale v zadání stálo více způsoby, tedy
2. Závitý — další rozšířený způsob. Vlas těsně navineme na drát (špejli, tuhu, jehlu), ze známého počtu závitů a změřené délky příslušného úseku prostým dělením získáme průměr vlasu. Problémem je ukotvení vlasu na jednom konci, těsnost závitů atd. V této fázi též můžeme změřit průměr tyčinky s vlasem a porovnat s původní tloušťkou — získáme dvojnásobek hledané hodnoty. Do stejné skupiny patří nastříhání vlasu na kratší úseky, ty vedle sebe nalepit na izolepu, popř. je namočit a opět měříme mocnost více vlasů. FYKOSácký průměr je 65 μm .
3. Projekční metody — Vlas upevníme do rámečku na diapositivu a promítneme jej spolu s nějakým délkovým měřítkem (nebo si rysky můžeme sami vytvořit). Změříme velikost stínu vlasu, porovnáním skutečné a projektované délky pokusného dílku získáme zvětšení a tloušťku snadno dopočteme. Můžeme samozřejmě použít i meotar, musíme si však dávat pozor na zachování měřítka v potřebných směrech. Objevily se též návrhy promítnout pouze vlas, změřit vzdálenost stínítka a vlasu od zdroje světla a užít podobnosti trojúhelníků, první metoda je však přesnější (měřím dvě veličiny namísto tří), někdo též použil laser (a rušily jej ohybové proužky), jiní kombinovali čočky a počítali zvětšení. Průměr u této metody je 56 μm .
4. Mikroskop — může mít zabudovanou stupnici, podle které tloušťku odečteme, popř. ze známého zvětšení a odhadu relativní velikost zvětšeného obrazu určit průměr vlasu. Jedná se ale většinou o méně přesné metody.

5. „Pramínek vlasů...“ — změříme obvod těsného svazku vlasů o , známe-li jejich počet n , rozpočteme plochu (kruhového) průřezu S na jednotlivé vlasy, kdy mezery mezi nimi považujeme za zanedbatelné, pak

$$S = \frac{o^2}{4\pi} = n\pi \frac{d^2}{4}, \quad \text{odkud} \quad d = \frac{o}{\pi\sqrt{n}}.$$

Lenka Zdeborová si tak spočítala, že má přibližně 80 000 vlasů (v dobré shodě s fakty uvedenými výše). Jest také možno provést korekci na mezery mezi vlasy, spočítat, nakolik je plocha využita oproti periodickému pokrytí šestiúhelníky. Metoda bezesporu zajímavá, ale potřebuje více vlasů, a to dlouhých.

6. Pozorovací metody — Zjistíme si minimální zorný úhel vlastního oka tak, že si nakreslíme malý bod známého poloměru a změříme největší vzdálenost, z které je ještě pozorovatelný. Pak si odstříhneme menší kousek vlasu (samotný vlas je dosti dlouhý a pozorovatelný na větší vzdálenost) a maximální vzdálenost viditelnosti stanovíme i pro něj, výsledky porovnáme. Problémem je barva vlasu, lesk, volba délky úseku. Další možností je prosté přiložení vlasu k měřítku a odhad, kolikrát se „vejde“ do 1 mm, na pomoc si můžeme vzít i lupu. Dále máme-li k dispozici vlasy známých a různých tloušťek, můžeme komparační metodou určit nejpravděpodobnější průměr. Jedná se však pouze o řádové výsledky.
7. Rolovací metoda (K. Maturová) — vlas umístíme mezi dvě sklička tak, aby jedním koncem přesahoval. Horní skličko smýkáme po druhém, vlas se odvaluje. Ze známého počtu otáček (určím dle konce) a vzdálenosti, o kterou jsme jej odvalili zjistíme jeho tloušťku, uvažujeme-li kruhový průřez. Problémem je však podkluzování, prohýbání vlasu, ale zajímavá metoda.



Obr. 1. Difrakce na vlasu

V autorském řešení budeme dále presentovat dvě další metody:

1. „HighTech“ — ohyb laserového paprsku na vlasu. Vlas má dostatečně malé rozměry, aby byl pozorovatelný ohybový jev, což nám často práci ztěžuje, ale zároveň tak získáme efektivní metodu měření.

Teorie

S užitím Huyghensova principu dopadají paprsky do bodu X s dráhovým rozdílem $s_2 - s_1$

$$s_2^2 = \left(l + \frac{d}{2}\right)^2 + L^2, \quad s_1^2 = \left(l - \frac{d}{2}\right)^2 + L^2,$$

$$s_2 - s_1 = \frac{2dl}{s_2 + s_1} \doteq \frac{dl}{\sqrt{L^2 + l^2}}$$

(v součtech zanedbáváme d), nebo pro $l \ll L$

$$s_2 - s_1 = \frac{dl}{L}.$$

Pro maximum pak z geometrického názoru plyne $s_2 - s_1 = k\lambda$, tedy např. $d = kL\lambda/l$. Pro dvě sousední maxima (minima) pak platí

$$d = \frac{L\lambda}{x}. \quad (1)$$

Při odvození též můžeme vyjít z úhlů a dojdeme k těmž. Nyní k samotnému měření

Pomůcky

Školní He-Ne laser Uniphase 1508-2 ($\lambda = 632,8$ nm, rozsah výrobce neudával, min. výkon 0,5 mW, průměr paprsku 0,48 mm), vlas, pravítko, pásmo, nit, izolepa, kruhová úchytkna na čočku, papír.

Postup

Laser ve vodorovné poloze zaměříme pokud možno kolmo na stínítko (tabuli), blízko ústí paprsku přistavíme držák s vlasem. Provázkem změříme vzdálenost L vlasu od tabule. Na stínítko připevníme papír a po spuštění laseru zakreslujeme polohu maxim/minim. Pokud jsme nebyli oslněni jasným středem obrazu, dala se rozeznat maxima až 8. řádu. Změřením vzdáleností sousedních maxim a dosazením do (1) získáme tloušťku vlasu. Zde je však nutné podotknout, že vztah je pouhou aproximací obcházející jinak nutnou integraci. Závislost intenzity na vzdálenosti l lze vyjádřit funkcí $I = A[(\sin x)/x]^2$, kde x je relativní proměnná rovná $(\pi/\lambda)dl$. Z toho mimo jiné vyplývá, že maxima jsou nesouměrná, jejich relativní vzdálenosti od nultého maxima jsou po řadě $1,43\pi$, $2,45\pi$, $3,47\pi$, $4,48\pi$. Nemí tedy dobré měřit vzdálenosti maxim od středu, ale mezi sebou, v dobrém přiblížení je pak vzdálenost sousedních maxim stejná, a toho jsme právě využili při měření, přičemž se středem jsme nepočítali. Dodejme, že u minim k takovým problémům nedochází, následují po sobě zcela pravidelně. Otázkou je, co se nám lépe pozoruje. Nelze také proměřit vzdálenost k -tého maxima vlevo a vpravo od osy a délku x určit jako podíl $l/2k$, pro minima je to však vcelku dobrý postup. Zakreslování jsme provedli celkem třikrát a určili polohu po řadě pěti, sedmi a osmi maxim po obou stranách osy, určili jsme šest průměrných hodnot x a pro každou spočítali d , výsledek jsme sestavili do tabulky. Vzdálenost L byla $(2,066 \pm 0,005)$ m.

Tabulka 1

\bar{x} [mm]	d [μm]	Δd [μm]
16,60	78,66	0,20
16,40	79,62	-0,76
16,43	79,40	-0,62
16,57	78,80	0,06
16,86	77,46	1,40
16,50	79,13	-0,27

$$\bar{d} = 78,86 \mu\text{m},$$

$$s = 0,78 \mu\text{m} \text{ — k hrubé chybě nedošlo,}$$

$$s_{\text{stat}} = 0,32 \mu\text{m}.$$

Chyba při určení L je přibližně $\delta_L = 0,24 \%$, x jsme měřili s přesností $0,5 \text{ mm}$, odkud $\delta_x = 3,0 \%$. Bohužel nemůžeme započítat neurčitost ve vlnové délce (dala by se odhadnout v jednotkách nanometrů). Celková chyba pak bude

$$\delta = \sqrt{3\delta_{\text{stat}}^2 + \delta_L^2 + \delta_x^2} \doteq 3,5 \%$$

Závěr

Výsledná hodnota $d = (79 \pm 3) \mu\text{m}$. Relativní chyba nám vyšla poměrně malá, otázkou je však znalost vlnové délky. Problémem byla i jemná struktura jednotlivých maxim (dána nerovnostmi na okrajích vlasu), proto se těžko odhadovala jejich přesná poloha. Nicméně je to metoda zajímavá, stává se dostupnější s rozšiřováním školních laserů. Průměr vámi naměřených hodnot je $75,8 \mu\text{m}$.

2. „LowTech“ — ale zato o moc hezčí, řekněme kapková, metoda. Touto metodou měřili pouze tři z vás (M. Berta, H. Kadlecová, P. Nečesal), nicméně přišla nám velice zajímavá.

Teorie

Mějme kapku vody známého objemu. Naneseme ji na sklíčko, kolem ní stočíme do kroužku vlas. Přikryjeme dalším sklíčkem, přičemž kapka nám vytvoří skvrnu. Snažíme se, aby nedošlo ke kontaktu vlasu s kapalinou a naší prioritou je vytvoření skvrnky kruhového tvaru, změříme její průměr D . Pak voda přibližně zaujímá tvar velmi nízkého válce, jehož výška je však rovna tloušťce vlasu! Ze známého objemu kapky V (odkapu si typicky 100 kapek) určíme d .

Měření

Použili jsme školní byretu, z jejíž stupnice jsme mohli poměrně přesně odečítat objem odkapané vody. Jako podložní sklíčko posloužilo rovné kapesní zrcátko, krycí pak sklo z rámečku na fotografii. Rozměry skel: $58 \times 88 \text{ mm}$, $149 \times 99 \times 2 \text{ mm}$.

Tabulka 2

	\bar{D} [mm]	d [μm]	V [10^{-2} ml]	Δd [μm]
1	30,6	63,9	4,7	2,5
2	28,7	72,6	4,7	-6,2
3	29,6	69,1	4,7	-2,7
4	30,3	66,4	4,8	0,0
5	31,9	60,1	4,8	6,3
6	29,3	71,3	4,8	-4,9
7	31,2	62,9	4,8	3,5
8	30,4	66,0	4,8	0,4
9	30,5	65,7	4,8	0,7

$$\bar{d} = 66,4 \mu\text{m},$$

$$s = 3,9 \mu\text{m} \text{ — bez hrubé chyby,}$$

$$s_{\text{stat}} = 1,3 \mu\text{m}, \text{ tedy } \delta_{\text{stat}} = 2,0 \%.$$

Chyba při měření D je asi 1 mm , čemuž odpovídá $\delta_d = 3,3 \%$. Celková chyba $\delta_{\text{celk}} = \sqrt{3\delta_{\text{stat}}^2 + \delta_d^2} \doteq 4,8 \%$, odtud $s_{\text{celk}} = 3,2 \mu\text{m}$.

$$d = (66 \pm 3) \mu\text{m}.$$

Diskuse

Je dobré si ověřit chování kapky mezi sklíčky bez přítomnosti vlasu skutečně se rozšíří po celé ploše, jak to má být. Problémem je často velmi nepravidelný tvar kapek, roztřepené okraje skvrnky, vlas též může být stlačen vahou horního skla. Ale metoda je to velice jednoduchá, vtipná a nevyžaduje náročného vybavení, můžeme kapat i s pomocí tyčinky

Nikdo jiný než vy, řešitelé, jste dokázali, jaké nepřeborné množství způsobů lze vymyslet při měření zdánlivě jednoduché úlohy. Naší snahou bylo také demonstrovat různé vztahy lišících se mírou aproximace, které můžete při zpracování experimentu použít. Mnoho nápadů bylo nereálných, ale alespoň pobavily a svědčí o vaší přemýšlivosti. Ohyb na vlákně pak také ukázal, že některé teoretické výsledky nemusí být vždy ve shodě s praxí a vysvitlo i mnohem hlubší pozadí úlohy. Nakonec je snad jasné, že nedostatek experimentálního vybavení vůbec nemusí být překážkou dobrého měření, jak říkáme: Nezáleží nám tolik na přesné hodnotě výsledku, jako na hezkém nápadu, a těch se sešlo opravdu dost!

Jiří Kvita