

Zadání I. série



Termín odeslání: 25. října 1999

Milí přátelé!

Vítáme vás v XIII. ročníku Fyzikálního korespondenčního semináře Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy. Podrobnější informace o semináři najdete v přiloženém letáku, zde uvádíme jen několik důležitých věcí.

S první sérií nám prosím pošlete na zvláštním papíře vaše jméno, příjmení, datum narození, adresu pro korespondenci, školu, třídu, kategorii (kat. 1., 2., 3. nebo 4. ročníků) a email (máte-li). Řešení každé úlohy pište na **zvláštní papír** a všechny papíry podepište.

Není třeba posílat řešení všech úloh, řešitelé, kteří spočítají vše, jsou spíše výjimkou.

U experimentální úlohy nezapomeňte na to, že experiment je třeba nejen navrhnout, ale i provést, naměřené hodnoty zpracovat, spočítat z nich výsledek a provést diskuzi chyb. Odměnou vám bude vyšší počet bodů, jímž je experimentální úloha hodnocena.

Na vaše řešení se již dnes těší

všichni organizátoři Fykosu

Úloha I.1 ... *trhání nitě*

Mějme pevně upevněný válec o poloměru R_V umístěný ve vakuu mimo jakékoliv silové pole. K tomuto válci připevníme (např. přilepíme) jeden konec nitě, která má mez pevnosti v tahu σ_t , poloměr r a délku l , na jejímž druhém konci je upevněna olověná kulička o hmotnosti m . Nit napneme a kuličce udělíme rychlost v_0 , jejíž směr bude kolmý na napnutou nit a na osu válce. Nit se začne na válec namotávat. Určete, v jaké vzdálenosti od válce se kulička utrhne a jaká bude v tomto okamžiku její rychlost.

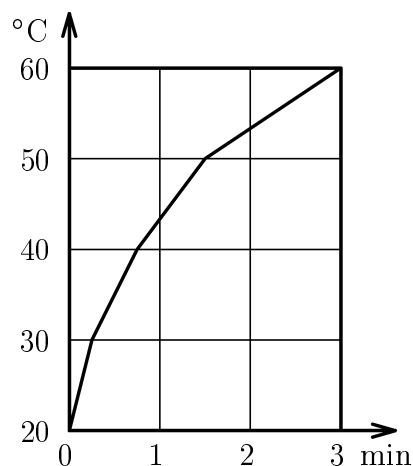
Řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty: $v_0 = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $m = 2 \text{ kg}$, $r = 0,2 \text{ mm}$, $\sigma_p = 160 \text{ MPa}$, $R_V = 5 \text{ cm}$, $l = 2 \text{ m}$.

Úloha I.2 ... *brzdící vlak*

Určete, jaký výkon dodává do elektrické sítě vlak o hmotnosti $m = 800 \text{ t}$, který pomocí elektrodynamických rekuperačních brzd (brzdy, které přemění kinetickou energii vlaku na energii elektrickou) zastaví z rychlosti $v = 80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ za $t = 2 \text{ min}$. Účinnost rekuperace uvažujte 50%.

Úloha I.3 ... *zahřívání a ochlazování*

Do nádoby s vodou dáme ponorný ohříváč a zapneme jej do zásuvky. Závislost teploty na čase po zapnutí ohříváče vidíme na grafu na obrázku 1. Poté, co teplota dosáhne 60°C (trvalo to tři minuty), ohříváč vypneme. S pomocí grafu odhadněte, za jak dlouho nádoba s vodou vychladne na 50°C . A za jak dlouho na 30°C ? Tepelnou kapacitu a tepelnou setrvačnost ohříváče neuvažujte.



Obr. 1

Úloha I.4 ... *moře*

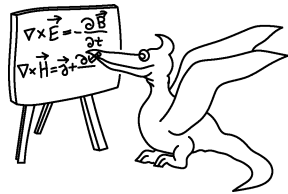
Planeta o poloměru $R = 6400 \text{ km}$ je obklopena $H = 10 \text{ km}$ hlubokým mořem o hustotě $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Měřením bylo zjištěno, že při ponořování tělesa do moře se nemění gravitační síla na něj působící. Máte-li zadánu gravitační konstantu $\kappa = = 6,67\cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$, spočítejte gravitační zrychlení u povrchu planety.

Úloha I. P ... hrníček

Máme stůl a na něm hrníček. Chceme stůl přemístit o 10 m dále. Navrhněte průběh zrychlení tak, aby hrníček nespadol a stůl se přemístil co nejrychleji (příčemž na konci pohybu se nebude hýbat ani hrníček ani stůl). Stůl má rozměry 1×1 m a hrníček je před pohybem umístěn ve středu. Koeficient statického smykového tření (mezi hrníčkem a stolem) je $f_0 = 0,19$, koeficient tření v pohybu je $f = 0,10$, stůl se může pohybovat maximálně se zrychlením $a_{max} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Veškerý pohyb (a tedy i zrychlení) se odehrává v rovině stolu, která je vodorovná.

Úloha I. Exp ... měrná tepelná kapacita

Vaším úkolem je změřit měrnou tepelnou kapacitu vody. Metodu měření si můžete vybrat sami, lze například měřit rychlost vzrůstu teploty vody ohřívané ponorným vařičem nebo měřit změnu teploty vody při ponoření tělesa o známé teplotě a tepelné kapacitě, vaší vynalézavosti se však meze nekladou.

**Seriál na pokračování**

V letošním roce se v seriálu na pokračování budeme setkávat s polovodičovou elektronikou. Na konci každého dílu najdete úlohu, k jejímuž vyřešení vám pomohou informace v seriálu obsažené.

Úvod

Dnešní doba je velmi ovlivněna informačními technologiemi, všude kolem nás jsou počítače a jiné elektronické přístroje. A přístroje jsou stále více složitější, je snaha vyrábět součástky co nejmenší, aby měly co nejmenší spotřebu, atd. Všechny uvedené vlastnosti, zejména snaha o co nejmenší rozměry součástek, jasně hrají do karet řešení s užitím polovodičových součástek. Ale co o těchto součástkách vlastně víme? Základní součástí např. počítače je samozřejmě procesor. Z reklamních letáků se dozvíme, že procesor má tolik a tolik transistorů na cm^2 (takzvaná integrace) — takže základní stavební součástí mikroprocesoru je transistor. A zde se konečně dostáváme na úroveň fyziky. Transistor, jak snad většina z vás tuší, má v sobě dva *PN přechody* uspořádané tak, že tato součástka je schopna zesilovat elektrický proud či napětí. Ale jak může taková věc fungovat, to již není věc obecně známá. A co je vlastně ten *PN přechod* a jak se chová v elektrickém poli? *PN přechod* je rozhraní polovodičů *typu P* a *N*. My půjdeme ještě hlouběji do podstaty věci a podíváme se podrobně i na to, co je to polovodič *typu P* nebo *typu N* a navíc si ozřejmíme, co je to vlastně polovodič a jaké jsou jeho vlastnosti.

Pásová teorie pevných látek

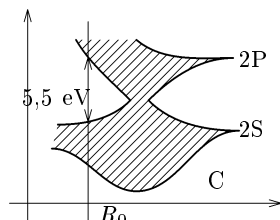
Jak víme, elektrony v atomech obíhají kolem jádra pouze po určitých drahách s různými energiemi. Pro elektrony platí Pauliho vylučovací princip, to znamená, že kolem jednoho atomu nemohou obíhat dva elektrony se všemi kvantovými čísly stejnými. Kvantová čísla pro elektrony v elektronovém obalu atomu vyjadřují jednoznačně vlastnosti daného elektronu a jsou čtyři: n , l , m , s . Po řadě vyjadřují celkovou energii elektronu, celkový moment hybnosti elektronu, průmět momentu hybnosti elektronu do osy z a spin. Pauliho princip má za následek vznik hladin $1s$, $2s$, $2p$, $3s$, atd. Tyto hladiny jsou určeny celkovou energií elektronu (kvantové číslo n , nabývá přirozených hodnot, v uvedeném zápisu jsou to čísla) a celkovým momentem hybnosti elektronu (kvantové číslo l , nabývá hodnot od 0 do $n - 1$, v uvedeném zápisu je to písmenko — pro rostoucí l se značí postupně s , p , d , ...). Navíc na každé z hladin mohou zbylá dvě kvantová čísla vytvořit $2(2l - 1)$ různých kombinací.

Problém energetických hladin elektronů v atomu se řeší kvantově-mechanicky a výsledkem je fakt, že elektrony mohou nabývat pouze diskretních energií. Ovšem pouze za předpokladu, že nejsou ovlivněny nějakým silovým polem z vnějšku atomu. V pevných látkách jsou atomy v krystalové mřížce velmi blízko sebe, takže svým coulombickým polem ovlivňují atomy kolem. Toto ovlivnění je tak velké, že neplatí pravidlo o diskretnosti energetických hladin elektronů v obalech

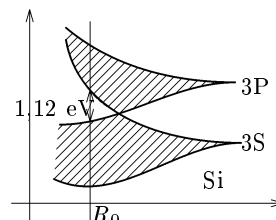
atomů, ale tyto hladiny se rozmazávají (viz obr. 2). Každý elektron může nabývat na každé z hladin energie v určitém intervalu kolem původní energie. Protože povolené energie vytvářejí pásy, hovoříme o pásu povolených energií a pásu zakázaných energií (zakázaném pásu), ve kterém se nemůže nacházet žádný elektron. Navíc v pevných látkách existuje mezní energie, při které již není elektron vázán k žádnému z atomů a v elektrickém poli se může volně pohybovat. Pás energií od mezní energie výše se nazývá vodivostní pás a poslední pás pod vodivostním pásem se nazývá valenční pás.



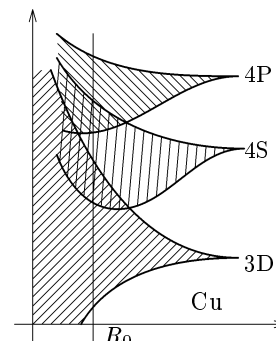
Obr. 2



Obr. 3



Obr. 4



Obr. 5

Podíváme-li se na obrázky 3–5, které znázorňují pásy v pevné látce v závislosti na mřížkové konstantě, zjistíme pro různé látky různé chování. Podle tohoto chování rozlišujeme pevné látky na vodiče, polovodiče a izolanty. Ze statistických vlastností elektronů vyplývá, že v základním stavu (pevná látka není ovlivňována zvenčí) jsou zaplněny energetické hladiny až po valenční pás, ve vodivostním pásu by se při teplotě 0 K neměl nacházet žádný elektron, při teplotě vyšší je počet elektronů ve vodivostním pásu úměrný $e^{-\Delta E/kT}$, kde ΔE je šířka zakázaného pásu, k je Boltzmannova konstanta a T je termodynamická teplota. Výjimku tvoří kovy, ve kterých neexistuje zakázaný pás mezi valenčním a vodivostním pásem. Takže po přiložení napětí mohou elektrony pohodlně přejít z valenčního do vodivostního pásu bez překonávání potenciálové bariéry. Situace je jiná v případě polovodičů a izolantů. Díky existenci zakázaného pásu mezi valenčním a vodivostním pásem musí být elektron excitován energií větší než je šířka zakázaného pásu, aby mohl vést elektrický proud. Zde dále dělíme pevné látky na izolanty a polovodiče. Polovodiče mají šířku zakázaného pásu úměrnou jednotkám elektronvoltů (1 eV je práce vykonaná na elektronu při změně potenciálu o 1 V, $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$), takže při pokojové teplotě existují ve vodivostním pásu nějaké elektrony — polovodič může vést elektrický proud (viz předchozí vztah). Izolanty mají šířku zakázaného pásu řádově desítky eV, takže ve vodivostním pásu se za běžných podmínek prakticky žádné elektrony nevyskytují.

Povšimněme si jedné zajímavé vlastnosti polovodičů: při rostoucí teplotě se do vodivostního pásu dostává více elektronů, takže se zvyšuje koncentrace vodivostních nosičů náboje a měrný elektrický odpor klesá. Ve vodičích je i při nízkých teplotách naopak vodivostních nosičů náboje dostatek, takže při zvyšování teploty se zvyšuje pravděpodobnost srážek pohyblivých nosičů náboje s nepohyblivými jádry a vodivost klesá.

Elektronová a děrová vodivost

Nejprve se podíváme na chování vodivostních elektronů v kovech. Při teplotě větší než 0 K budou mít elektrony určitou kinetickou energii odpovídající teplotě. Tato energie se pochopitelně projevuje tak, že elektrony konají termální pohyb (podobně jako v plynu — v prvních teoriích elektronové vodivosti kovů se uvažoval elektronový plyn). Díky vzájemným srážkám je pohyb každého z elektronů neuspořádaný — není preferován žádný směr a uvnitř vodiče je celkový elektrický proud nulový. Přiložíme-li napětí, vznikne směr, ve kterém budou elektrony urychlovány a i přes jejich neuspořádaný pohyb (teoreticky vyjde jeho střední rychlost $10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) existuje drift, to znamená, že v neuspořádaném pohybu převládá směr vnějšího elektrického pole. Díky tomuto driftu je veden elektrický proud. Driftová rychlost je dána vztahem

$$v_d = \mu_e E ,$$

kde μ_e je konstanta nazývaná se pohyblivost elektronu a E je intenzita elektrického pole. Elektronová vodivost látky je dána vztahem

$$\sigma_e = \frac{i}{E},$$

kde i je proudová hustota a je rovna proudu procházejícímu přes jednotkovou plochu průřezu vodiče. Označme koncentraci elektronů n_e a vyjádřeme z proudové hustoty vodivost:

$$i = en_e v_d = en_e \mu_n E$$

$$\sigma_e = en_e \mu_n.$$

Zde vidíme, že v kovech je veden proud výhradně elektrony, proto v případě kovů mluvíme o elektronové vodivosti. Situace je však jiná v případě polovodičů. Elektrony, které se nacházejí ve vodivostním pásu, musely být excitovány z pásu valenčního a to z jeho nejvýše položených hladin. To znamená, že koncentrace neobsazených valenčních hladin je stejná jako koncentrace elektronů ve vodivostním pásu. Po přiložení napětí je veden elektrický proud elektrony ve vodivostním pásu stejně jako u kovů (jenom koncentrace elektronů je menší), ale uplatňuje se i další jev. Elektrony z valenčního pásu jsou elektrickým polem urychleny a tím získávají dostatečnou energii na to, aby přešly do vyšší energetické hladiny ve valenčním pásu, která je volná. Nemají však dostatečnou energii pro přechod do pásu vodivostního. To znamená, že elektrony obsadí *díru* ve valenčním pásu a uvolní jinou *díru* s nižší energií, ale co je důležité, prostorově jinde (proti směru pohybu elektronů). Tím pádem se vlastně díra posouvá proti směru pohybu elektronů a efektivně vede elektrický proud ve stejném směru jako elektrony (sice se pohybuje opačně než elektrony, ale má též opačný „náboj“) — hovoříme o děrové vodivosti a zavádíme stejné parametry pro díry jako pro elektrony (např. pohyblivost, ...). Oba procesy vodivosti jsou od sebe odděleny zakázaným pásem, proto není důvod předpokládat, že by se navzájem významně ovlivňovaly, a zavedeme celkovou vodivost

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_d,$$

kde σ_d je děrová vodivost polovodiče. Po zavedení pohyblivosti děr μ_d a koncentrace děr n_d (později uvidíme, že nemusí být stejná jako koncentrace vodivostních elektronů), můžeme psát

$$\sigma = e(n_e \mu_e + n_d \mu_d).$$

Úloha I. S ... *pásová teorie*

Určete, kolikrát méně elektronů je ve vodivostním pásu typického izolantu (šířka zakázaného pásu je 10 eV), než v případě polovodiče (šířka zakázaného pásu křemíku je 1,12 eV) při pokojové teplotě. Předpokládejte, že v limitě vysokých teplot se koncentrace vyrovnají. Jak se tento poměr změní při zahřátí izolantu i polovodiče na teplotu 500 K?

Naše adresa:

FYKOS

Matematicko-fyzikální fakulta UK — KTF

V Holešovičkách 2

180 00 Praha 8

<http://www.mff.cuni.cz/news/fks>