

13. ročník, úloha III. 1 ... asfaltoví holubi (3 body; průměr ?; řešilo 96 studentů)

Na pokusné střelnici se nachází vrhač asfaltových holubů. Ve vzdálenosti d od něj stojí myslivec, snažící se zasáhnout letící cíl. Pod jakým úhlem α musí namířit, aby se trefil, víme-li, že na zamíření potřebuje čas τ (tj. čas od vrhu holuba do výstřelu)? Asfaltoví holubi jsou vrháni kolmo vzhůru rychlostí $v_h = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, náboj opouští hlaveň rychlostí $v_0 = 400 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, vzdálenost $d = 50 \text{ m}$ a čas $\tau = 2 \text{ s}$. Odpor prostředí zanedbejte.

Pozorujme celou situaci očima dalšího myslivce (dále pozorovatel), sedícího na nedalekém posedu (jak to navrhl Pavel Augustinský). Za dobu τ vylétne holub do výšky $h_0 = v_h \tau - \frac{1}{2} g \tau^2$ a bude mít rychlost $v_{h1} = v_h - g \tau$. V okamžiku výstřelu pozorovatel spadne z posedu a padá volným pádem dolů. Pozorovatel vidí, že střela i holub letí rovnoměrně přímočaře (neboť jeho soustava není inerciální a setrvačná síla kompenzuje sílu tíhovou). Označme místo, odkud jsou vrháni holubi C , místo, kde stojí myslivec A , a místo srážky holuba se střelou B . Zkušený pozorovatel pozná v trojúhelníku ABC pravoúhlý trojúhelník. Tento trojúhelník má strany

$$a = h_0 + v_{h1} t, \quad b = d, \quad c = v_0 t,$$

kde t je čas od okamžiku výstřelu. S užitím Pythagorovy věty dostaneme pro čas t kvadratickou rovnici

$$t^2(v_{h1}^2 - v_0^2) + 2th_0v_{h1} + h_0^2 + d^2 = 0.$$

Řešením této rovnice dostaneme pro zadané hodnoty dva časy $t_1 \doteq 0,1473 \text{ s}$ a $t_2 \doteq -0,1453 \text{ s}$, z nichž pouze t_1 má v našem případě smysl. Pro úhel α máme

$$\cos \alpha = \frac{d}{v_0 t_1} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 31^\circ 56'.$$

V řešení jsme samozřejmě předpokládali, že vrhač holubů je ve stejné výšce, jako konec hlavně pušky.

Václav Porod