Zadání IV. série

Termín odeslání: 26. února 2001

Milí přátelé!

Se zadáním čtvrté série Fykosu si vás dovolujeme pozvat na naši tradiční akci — Den s experimentální fyzikou. Bude se konat dne 14. března 2001 v budově MFF UK v Tróji. Na tuto akci se můžete přihlásit s (včas odeslaným!) řešením 4. série, tedy do 26. února. Se zadáním další série dostanou ti, kdo se přihlásí, podrobnější program s popisem cesty do Tróje a omluvenku do školy. Již dnes vám můžeme slíbit návštěvu jaderného reaktoru Vrabec, urychlovače částic a jiné zajímavé exkurze.

Dále si vám dovolujeme nabídnout ročenky Fyzikálního korespondenčního semináře — ročníky VIII až XIII za bezkonkurenční ceny: VIII. ročník — 5 Kč, IX. ročník — 10 Kč, X. ročník — 20 Kč, XI. ročník — 30 Kč, XII. ročník — 35 Kč a XIII. ročník (loňský) za 40 Kč. Dále nabízíme publikaci 10 let FYKOSu (jsou zde nejzajímavější příklady z prvních deseti ročníků a úplný seriál na pokračování z X. ročníku o astronomii a astofyzice). Pokud máte o tyto brožury zájem, tak nám s další sérií pošlete (doporučeně) v obálce příslušný finanční obnos a na zvláštní papír napište, kterou publikaci chcete. Ze Slovenska můžete poslat i slovenské koruny (40 Kč $\approx$ 50 Sk). Ročenky si budete moci zakoupit také osobně na Dni s experimentální fyzikou.

Jan Prokleška

Úloha IV . 1 ... ***vesmírná stříkačka***

Představte si, že ve vakuu mimo gravitační pole stříkáme vodní paprsek. Kromě tohoto paprsku je zde kolmo (mimoběžně) k jeho původnímu směru umístěn nabitý nekonečný drát s délkovou hustotou náboje λ. Voda je stříkána z velmi velké vzdálenosti s počáteční rychlostí v. Vzdálenost přímky, ve které je stříkána voda (ve které se na začátku pohybuje vodní paprsek) a drátu je d. Spočtěte úhel, o který se odchýlí vodní paprsek od původního směru. Molekuly vody si představte jako elektrické dipóly, jejich vzájemné působení zanedbejte a také zanedbejte jejich moment setrvačnosti (tj. představte si, že všechna hmotnost molekuly je soustředěna uprostřed mezi náboji, které jsou nehmotné).

Úloha IV . 2 ... ***ropná skvrna***

Mějme na vodní kaluži kruhovou skvrnu od oleje o poloměru 1 m a tloušťce 10 μm. Na tuto skvrnu se díváme z její osy z výšky 1 m. Skvrna je osvětlena bílým světlem ze všech stran. Světlo z jednoho směru můžeme považovat za koherentní. Jaké barvy na hladině uvidíme?

Úloha IV . 3 ... ***měděný drát***

Máme 50 kg mědi. Jaký nejdelší drát z tohoto množství materiálu lze vytvořit pro přenášení elektrického proudu 1 A, je-li okolní teplota 20 °C ? (Tepelnou kapacitu okolního vzduchu a přírody považujte za nekonečnou.)

Úloha IV . 4 ... ***zvířátko***

Představte si zvířátko, jehož charakteristický rozměr je L. Odhadněte, jak na L závisí vzdálenost, kterou je schopné urazit po poušti.

A jak závisí na L jeho rychlost běhu po rovině a do kopce? Určete také, jak závisí na velikosti zvířátka výška jeho výskoku.

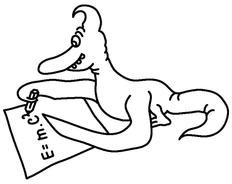
Nápověda: Uvažte, že $s = vt$. Dále např. uveďme, jak závisí hmotnost zvířátka na L: Víme, že $m = \varrho V$, kde ϱ uvažujme konstantní a V je úměrné L^3, tedy $m \sim \varrho L^3 \sim L^3$, hmotnost zvířátka tedy závisí přímo úměrně na L^3.

Úloha IV . P ... *míček ve vodě*

Máme trubku ve tvaru písmene V, jedno rameno je svislé a na konci otevřené, druhé s ním svírá ostrý úhel a je na konci (nahoře) zatavené. Trubka je téměř plná vody a v zataveném rameni nahoře plave míček. Vymyslete způsob, jak dostat míček ven tak, aby voda nevytekla. Nesmíte ji vypustit, svislé rameno musí zůstat pořád svislé a do trubky nesmíte nic strkat.

Úloha IV . Exp ... *změřte ho!*

Ledová královna žije v říši, kde je všechno kromě lidí, živočichů, rostlin a několika málo dalších věcí z ledu. Chudinka královna zjistila, že potřebuje nové brýle. Jenže její dvorní brusič brýlí umí jenom brýle ze skla a snad by si vzpomněl, jak je udělat z ledu, ale potřeboval by na to znát jeho index lomu. A jelikož všechny MF tabulky v království jsou z ledu, nejde z nich nic přečíst, a tak mu nezbývá, než ho změřit, jenže neví jak. A tak vás prosí o pomoc. Poraďte mu a pro jistotu i danou veličinu změřte sami, neboť on je nešika a nic jiného než brousit brýle neumí.

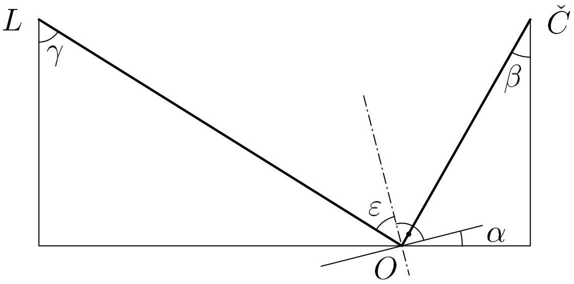


Řešení II. série

Úloha II . 1 ... lampa na hladině *(4 body, řešilo 39 studentů)*

Jdete večer kolem řeky šířky L. Na protějším břehu stojí lampa ve výšce h nad hladinou řeky. Když se podíváte na hladinu, uvidíte na vodě obraz lampy. Je-li hladina rozčeřená, tento obraz se „rozmaže“. Určete úhlovou šířku a délku pod jakou tento útvar vidíte. Předpokládejte, že vaše oči jsou ve stejné výšce nad hladinou jako lampa. Zčeřenou hladinou rozumíme vlnky s maximálním náklonem α ve všech směrech a výškou zanedbatelnou vůči h.

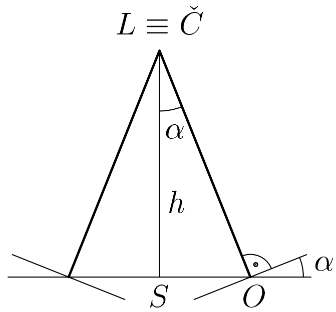
Proseminář z optiky ve třetím semestru MFF.



Obr. 1

Nejdřív určíme úhlovou délku. Uvažujme, že sklon hladiny vůči horizontální rovině může být od $-\alpha$ do α. Z obr. 1 vidíme, že nejblíže ke člověku je odraz pro sklon hladiny α. Označme β úhel, pod kterým vidíme tento konec obrazu. Když potom označíme úhel odrazu ε, dostáváme podle obr. 1 vztah $\beta = 90° - (\varepsilon - \alpha)$. Nejvzdálenější bod odrazu určíme analogicky, když si představíme sklon α, ale v opačném směru. Tedy jako kdybychom zaměnili L za $\check{C}$. Proto úhel, pod kterým vidíme nejvzdálenější konec odrazu, je γ. Z obr. 1 opět vidíme, že $\gamma = 90° - (\varepsilon + \alpha)$ a úhlová délka je rozdíl úhlů, pod kterými vidíme nejvzdálenější a nejbližší konec obrazu ve vodě, $\gamma - \beta = 2\alpha$.

Teď spočteme úhlovou šířku. Označme $SO\check{C}$ trojúhelník, z kterého tuto šířku budeme počítat, kde $\check{C}$ je člověk, S střed mezi člověkem a lampou a O je bod odrazu. Víme, že nejvzdálenější bod odrazu ve směru kolmém na spojnici člověka a lampy bude ve stejné vzdálenosti od člověka a od lampy. Takže spojnice obou odrazů bude procházet středem, úhel $O\check{C}S$ je polovina námi hledané úhlové šířky. Nejdříve určíme délky stran tohoto pravoúhlého trojúhelníku. Z obr. 2 vidíme, že $|SO| = h \operatorname{tg} \alpha$ (pozor, na obrázku je jenom průmět trojúhelníku $SO\check{C}$ do svislé roviny). Vzdálenost $\check{C}S$ je z Pythagorovy věty $\sqrt{(L/2)^2 + h^2}$. Potom pro úhlovou šířku dostáváme



Obr. 2

$$2 \operatorname{arctg} \frac{|SO|}{|S\check{C}|} = 2 \operatorname{arctg} \frac{h \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{(L/2)^2 + h^2}} \,.$$

Miroslav Kladiva
miroslav.kladiva@st.mff.cuni.cz

Úloha II . 2 ... *skoky do nebe* *(4 body, řešilo 57 studentů)*

Ze střechy 10 m vysokého domu pouštíme s nulovou počáteční rychlostí gumové míčky na chodník. Míčky jsou všechny stejně velké, mají však hodně rozdílné hmotnosti. Do jaké maximální výšky může některý z míčků vyskočit, máme-li jich k dispozici a) 2, b) n. Všechny rázy považujme za dokonale pružné, veškeré odpory prostředí zanedbejme.

zadala Lenka Zdeborová

Nejprve spočítejme jak se změní rychlost míčku při srážce s jiným o mnoho těžším míčkem. Označme v_1 rychlost těžší míčku (ta se při srážce nezmění) v_2 a v_3 rychlost lehčího míčku před a po srážce. Pokud srážku pozorujeme ze souřadné soustavy spojené s těžším míčkem, vidíme jak se lehčí míček odrazí rychlostí $v_2 + v_1$. Když se vrátíme do souřadné soustavy spojené se zemí, musíme navíc k původní rychlosti přičíst rychlost v_1. Platí tedy, že

$$v_3 = 2v_1 + v_2 \ .$$

Změna kinetické energie lehčího míčku při srážce je

$$v_3^2 - v_2^2 = 4v_1^2 + 4v_1v_2 \ .$$

Tedy je tím větší, čím větší je v_1 a v_2, takže nejvíce energie získá lehčí míček pokud dojde ke srážce těsně nad zemí.

a) V tomto případě je $v_1 = v_2$, tj. $v_3 = 3v_2$. Ze ZZE plyne, že výška do které míček vyletí je

$$h_1 = \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^2 h_0 = 9h_0 = 90\,\mathrm{m} \ .$$

b) V tomto případě je nejvýhodnější pustit všechny míčky společně, a to tak že budou padat těsně nad sebou a pod každým míčkem bude míček výrazně těžší. Bude tedy postupně docházet ke srážkám mezi míčky a to v pořadí od nejtěžších po nejlehčí. Před každou srážkou bude vždy rychlost lehčího míčku stejná (v_1) takže pokud se srazí $(n + 1)$=vý a n-tý míček, bude rychlost $(n + 1)$-tého míčku

$$v_{n+1} = 2v_n + v_1 \ .$$

Tato posloupnost se dá explicitně (tj. jako $v_n = f(n)$ a nikoliv $v_{n+1} = f(v_n)$) vyjádřit jako

$$v_n = (2^n - 1)\, v_1 \ .$$

Maximálním výška do které může vystoupit n-tý míček je tedy

$$h_n = (2^n - 1)^2\, h_0 \ .$$

Pavel Augustinský
augup0bm@mbox.troja.mff.cuni.cz

Úloha II . 3 ... *šroubovice* *(5 bodů, řešilo 14 studentů)*

Mějme nekonečný drát stočený do pravotočivé šroubovice (helixu). Drát je rovnoměrně nabitý a osa helixu je totožná s osou z. Do vzniklého pole pošleme nabitou částici (drát je tenký, takže do něj částice nenarazí). V jistém časovém okamžiku známe její p_z a L_z, tedy z-ové komponenty hybnosti a momentu hybnosti. Můžeme v jiném okamžiku určit p_z, známe-li v tomto okamžiku L_z?

(Problém lze vyřešit zcela exaktně. Naproti tomu není určitě nezajímavé zkusit situaci počítačově simulovat a dostat tak hledanou závislost v podstatě experimentálně, případně ověřit teoretickou předpověď.)

Navrhl Ruda Sýkora

Tato úloha měla za cíl demonstrovat postup řešení fyzikální úlohy na základě symetrie. Toto částečně všichni řešitelé pochopili (mimo jiné proto, že se to zdá velmi přirozené). Bohužel nikdo nenašel symetrii úlohy zadané, ale jen úlohy zjednodušené, kde vzniká symetrie daleko nápadnější. Šlo o zanedbání vlastní vlastnosti spirály – toho, jak vlastně vypadá – má závity. Většina z vás z ní totiž udělala symetrický nabitý válec (jakoby velice hustá spirála), u kterého se pak z důvodu, že budí pěkné radiální pole nezávislé na z-ové souřadnici, zachovává nezávisle p_z i L_z (podél osy z nepůsobí na částici žádná síla, zachovává se p_z; síla působící na částici míří vždy ve směru procházejícím osou, má tedy nulový moment vůči ose, což znamená zachování L_z).

Pro naši zadanou úlohu bylo podstatné si všimnout následující symetrie. Když jsme v nějakém bodě a posuneme se o jistý úhel φ (pro jednoduchost v kladném smyslu) okolo z-ové osy (zachovavše vzdálenost od osy) zároveň s tím, že se ve shodě se stoupaním spirály ještě posuneme mírně nahoru (pro pravotočivou spirálu), dostaneme se do bodu, ve kterém vše vypadá stejně, jako v bodě původním. Tím myslíme to, že se při takovém posunutí nezměnil potenciál. Ale to také znamená, že podél směru „dokola šikmo nahoru“ nepůsobí síla! Kdyby působila a my se posunuli popsaným způsobem, konali bychom práci, což by bylo v rozporu s konstantností potenciálu. A toho teď využijeme, napíšeme kolmost síly na náš směr matematicky.

Sílu působící na částici v určitém bodě (označme vzdálenost částice od osy r) můžeme rozložit na složky ve válcových souřadnicích F_r, F_φ a F_z (F_r je složka síly ve směru kolmo od osy, F_φ leží stejně jako F_r v rovině kolmé na osu a je na F_r kolmá, obíhajíce osu v kladném smyslu, F_z je složka rovnoběžná s osou). V těchto souřadnicích můžeme náš směr „dokola šikmo nahoru“ psát v daném bodě jako vektor s válcovými souřadnicemi $(0, 2\pi r, h)$ (h je stoupání spirály; to, že je to správný vektor poznáme z toho, co říká – když půjdete kousek podél mě, zvednete se na tomto kousku o správnou vzdálenost, která odpovídá faktu, že jednou dokola musí znamenat zdvih h). Náš závěr o kolmosti síly na tento směr vyjádříme nulovostí skalárního součinu:

$$(F_r, F_\varphi, F_z) \cdot (0, 2\pi r, h) = 0\ .$$

Dále si už jen uvědomíme, že platí $F_z = dp_z/dt$ a $rF_\varphi = M_z = dL_z/dt$. Pak se předchozí rovnice píše

$$\frac{1}{r}\frac{dL_z}{dt}2\pi r + \frac{dp_z}{dt}h = 0\ .$$

Dostáváme tedy

$$L_z + p_z\frac{h}{2\pi} = konst.,$$

což je námi hledaná souvislost mezi L_z a p_z.

Pokud by se tedy někdo pokusil úlohu úspěšně modelovat (simuloval by let částice a kreslil by v různých časech graf např. L_z proti p_z), měl by dostat body okolo přímky.

Ruda Sýkora
rsyk7571@ss1000.ms.mff.cuni.cz

Úloha II . 4 ... *the wall* *(3 body, řešilo 52 studentů)*

Kolmo proti stěně je postavený reproduktor, který vydává zvuk, jehož frekvence rovnoměrně roste v čase. Mezi stěnou a reproduktorem je pozorovatel. Co uslyší?

Zadal a vymyslel Karel Kouřil

To, co pozorovatel uslyší (pokud není hluchý, případně pokud se to všechno neodehrává ve vakuu) je výsledek interference dvou vlnění. První k dotyčnému přichází přímo z reproduktoru, druhé od stěny. Pro úhlovou frekvenci vlnění od reproduktoru platí:

$$\omega_1 = kt\ .$$

Pro druhé vlnění, odražené od zdi, platí:

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{2dk}{v}\ .$$

Kde d je vzdálenost pozorovatele od zdi a v rychlost zvuku. Výslednou amplitudu můžeme napsat například ve tvaru:

$$A = A_0(\cos(\omega_1.t) + \cos(\omega_2.t))\ .$$

Pokud tento výraz, ze kterého o tom, co pozorovatel uslyší, ještě moc nepoznáme, upravíme do srozumitelnějšího tvaru, dostaneme:

$$A = 2A_0 \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) .$$

Což, pokud si uvědomíme, že ω_1 a ω_2 jsou si velice blízké, je zvuk s frekvencí prakticky stejnou jako, má zvuk vysílaný reproduktorem. Amplituda tohoto zvuku se mění frekvencí rovnou rozdílu frekvencí zvuku od reproduktoru a od zdi (tento rozdíl se s časem nemění, má konstantní velikost $2dk/v$). Pozorovatel tedy uslyší rázy, jejichž rázová frekvence bude lineárně růst se vzdáleností od stěny, frekvence vlastního zvuku poroste lineárně v čase.

Karel Kouřil
kourk0am@mbox.troja.mff.cuni.cz

Úloha II . P ... *problémovka z vody* *(6 bodů, řešilo 66 studentů)*

O prázdninách byli někteří organizátoři Fykosu sjíždět Vltavu a při této příležitosti je napadlo několik problémků, se kterými by od vás potřebovali poradit.

a) Za jak dlouho doteče voda z Českého Krumlova do Prahy?

b) Na jakou stranu alumatky (hliníkové karimatky, která má z jedné strany hliníkovou fólii a z druhé izolační pěnu) je výhodné si lehnout?

c) Jak se v makarónech dělají díry?

Autor Lenka Zdeborová, inspirace: jak jinak než prázdninová Vltava.

a) **Vašek Cviček**: Vědět by to snad mohli v Temelíně, za jak dlouho od nich voda (obohacená tritiem) doteče do Prahy.

Karel Žídek: Stačilo by, aby se protrhla přehrada Lipna, a voda by v Praze byla dřív, než by kdo čekal.

Zdeněk Cejnar: A jak rychle by se do Prahy mohla jednotlivá molekula. Někdo by se mohl napít vody z řeky (fuj), nasednout do letadla a v Praze by byl tak za hodinu, možná i dřív, kdyby měl po kapsách nějakou tu F16.

b) **Iva Kouřilová**: Výhodnější je lehnout si na stříbrnou stranu. Člověk pak působí jako děsnej boháč, když si jenom tak leží na stříbře.

c) **Nina Benešová**: Nejlepší myšlenka, která nás napadla byla o červotočích zaměřených místo na dřevo na špagety. Takový špagetotoč se na svojí pochoutku vrhne, proděraví ji a ze špagety tak vyrobí makarón.

No dobře, a teď tedy vážně. Po rozvážení všech pro a proti jsme si z vašich rad odnesli následující:

a) Otázka, za jak dlouho doteče voda z Krumlova do Prahy, je jistě značně nejednoznačná. Z řeky se může voda v průběhu cesty vypařit a nedorazit do Prahy vůbec. Zabývejme se ovšem jakýmsi průměrným případem. Předpokládejme, že pro každý úsek řeky platí, že nejdříve z něj vyteče voda, která do něj nejdříve vtekla (o oprávněnosti takového předpokladu později). Pokud bychom znali objem vody v řece V mezi Krumlovem a Prahou a průměrný průtok v tomto úseku Q, můžeme dobu, za kterou voda doteče do Prahy spočítat jako $T = \frac{V}{Q}$. Pokusme se tedy odhadnout objem vody ve Vltavě. Odhadněme, že na délce asi 200 km má Vltava hloubku 2 m a šířku 20 m, tj. objem 8 mil. m^3. Zapomněli jsme ovšem na Vltavskou kaskádu, jenom přehrady Orlík a Slapy mají dohromady objem téměř 1000 mil. m^3. Objem zbytku řeky je proti tomu tedy zanedbatelný. Průtok Vltavou před soutokem se Sázavou (tj. v místě těchto přehrad) je průměrně $80\,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}$ a tedy doba, za kterou doteče voda do Prahy je asi 5 měsíců. Nebýt vltavských přehrad, voda by do Prahy dotekla asi za 2–5 dnů, údaj, který jsme spočítali my, v podstatě říká, jak dlouho se voda zdrží v přehradách. Předpoklad uvedený na začátku, ale vůbec nemusí být splněn, znamenalo by to totiž, že v takové přehradě se pohybuje všechna voda, což jistě není pravda. V reálu spíše poteče jen voda ve středu přehrady, tudíž jakýsi efektivní objem přehrady (který vtékající voda musí opravdu protéct) bude mnohem menší než je výše uvedený údaj. Tedy výsledek 5 měsíců je spíše horní odhad požadované doby.

b) Obě varianty mají své pro a proti. Hliníková fólie je na karimatce zejména proto, že odráží zpět tepelné záření (stejně jako zrcadlo odráží světlo). Tento efekt je samozřejmě účinnější, je-li fólie nahoře. Na druhou stranu je hliník velmi dobrý tepelný vodič, takže záření, které pohltí odvede rychle do okolí a na dotyk se může zdát neustále studený. Je-li navrchu izolační fólie, pohltí většinu vyzářeného tepla a odvádí ho velmi pomalu,takže se na dotek zdá teplejší než hliník, ač teplo nevrací zpět. Podívame-li se na situaci z praktického hlediska, spacák klouže mnohem více po fólii než po izolační pěně a množství vyzářeného tepla je v porovnání s odváděním jimými cestami malé.

c) Díry v makarónech vznikají tak, že těsto je protlačováno zařízením, které si můžeme představit jako mlýnek na maso. Na konci tohoto "mlýnku" je síto z trubiček, uvnitř kterých je pevný střed, kolem kterého je těsto natlačeno. Je přitom zahříváno, aby uschlo, a pak ukrojeno na patřičnou délku. Otázkou zůstává, jak je onen pevný střed v trubičkách uchycen. Navrhovali jse dvě dle nás realizovatelné možnosti. Buď jsou středy uchyceny na začátku síta (jednoduché na realizaci, těsto uchycení obteče, ale problém může být v udržení drátků uprostřed trubičky) nebo se od pevného středu rozbýhají tenká vlákna a mezery v lepivém těstě po nich se po protlačení raznicí spojí.

Lenka Zdeborová
lenka.zdeborova@st.mff.cuni.cz

Úloha II . Exp . . . *zvuk* *(8 bodů, řešilo 61 studentů)*

Změřte rychlost zvuku ve vzduchu.

Zadal Jan Prokleška

Úkolem této úlohy bylo změřit co nejlépe rychlost zvuku. Většina z vás to zvládla velmi dobře. Přístup k věci je v zásadě možný dvojí. Buď měříme rychlost šíření zvuku jako rychlost šíření informace (různé petardové metody) nebo využijeme vlnových vlastností (rezonance, interference, . . .)

První přístup však naráží na problém s přesností. Vzhledem k tomu, že všichni v této metodě měřili čas stopkami ovládanými člověkem a časy se pohybovaly v řádu $1s$, tak reakční doba člověka byla nezanedbatelná vůči měřenému času. Proto tato metoda dávala největší chybu (Až 20%.)

V druhém přístupu v podstatě všichni využili možnosti vzniku stojatého vlnění v nějakém rezonátoru (od skleněných trubiček až po rouru z vysavače.) Buď hledali maximální rezonanci s nějakým zdrojem harmonického tónu (ladila se buď frekvence, nebo délka rezonátoru) nebo foukali do trubice a měřili frekvenci ozývajícího se tónu. Tato metoda dávala daleko přesnější výsledky, bylo možno dosáhnou i chyby 1%. Největší nepřesnost byla v nalezení rezonančního maxima.

Já jsem měřil rychlost šíření zvuku ve vzduchu dvěma metodami, obě využívají vlnových vlastností.

První metoda využívá vzniku interferenčních obrazců při skládání vlnění ze dvou koherentních blízkých zdrojů. Použil jsem dva malé reproduktory, vzdáleny od sebe 10 až 40 cm a pouštěl jsem do nich sinusový signál o frekvenci 3 až 5 kHz. Jako zdroj sloužil počítač, resp. WinAmp (speciální plugin, stačí zadat URL tone://5000 a je to :-)). Při pohybu místostí bylo již slyšet, že intenzita se mění. Abych mohl snímat intenzitu jen z jednoho bodu a ne ze dvou uší, zapojil jsem do počítače mikrofon a jeho signál jsem zesílený opět přes zvukovku pouštěl do náhlavních sluchátek. (Mám zvukovku SB Live!, která umožňuje připojit 4 reproduktory, takže dva na výstupy na generování tónu a dva na sluchátka.) Mikrofonem jsem pohyboval po dvou rovnoběžkách se spojnicí reproduktorů vzdálených 33 a $80{,}2$ cm. Hledal jsem místa s minimální intenzitou. Občas se povedlo najít místo s tichem, ale vzhledem k odrazům od okolí, minima nebyla úplně tichá. Odrazy jsem minimalizoval rozvěšením dek po pokoji a otevřením skříní s oblečením. Po nalezení minim už stačí pro každé spočítat dráhový rozdíl mezi vzdálenostmi k obou reproduktorům. Ten souvisí s vlnovou délkou vztahem

$$\Delta l = \lambda(k - \frac{1}{2})$$

kde k je řád minima a Δl dráhový rozdíl. Rychlost šíření pak snadno dostaneme, jako

$$v = \lambda f$$

kde f je frekvence vlnění. Tady jsou moje výsledky

d(cm)	20	20	20	10	10	10	5	5	5
f(kHz)	5	4	3	5	4	3	5	4	3
v(ms^{-1})	345,5	340,6	328,4	341,2	340,5	340,3	342,9	336,6	321,7

Každá z hodnot rychlostí je průměrem pro různé řády minim a různé vzdálenosti od reproduktorů. U každé frekvence a vzdálenosti se dal naměřit jiný počet minim. Vážený průměr těchto hodnot vychází

$$v = (340 \pm 10)\,\mathrm{ms}^{-1} \ .$$

Chyba do výsledku vnáší nejen měření vzdáleností, ale i různé odrazy a s tím související problémy s lokalizací minima. Přesto je daná metoda relativně přesná. Tabulková hodnota pro rychlost šíření zvuku ve vzduchu je pro 23°C, ve kterých jsem měřil, $346,0\,\mathrm{ms}^{-1}$.

Pro druhou metodou jsem jen tak pro zajímavost použil flétnu. Nahrál jsem její co nejstabilnější tón C (všechny díry zakryté) pro dvě délky flétny (ta jde nastavit - tím se flétna ladí) a pomocí CoolEditu zjistil základní frekvenci, která odpovídá kmitnám na obou koncích a jednomu uzlu uvnitř. Ta pak už jen stačí vynásobit vlnovou délkou, která je dvojnásobkem délky celé flétny.

d(cm)	32,9	33,5
f(Hz)	524,4	510,4
v(ms^{-1})	345,1	342,0

Průměr je $v = (344 \pm 3)\,\mathrm{ms}^{-1}$. Tabulková hodnota pro 25°C je $347,25\,\mathrm{ms}^{-1}$. Chyba byla způsobena fluktuací frekvence flétny během hraní a také tvarem flétny, neboť to není přesný válec. Přesto byla tato velmi primitivní metoda velmi přesná.

Jiří Libra
kolibr@email.cz

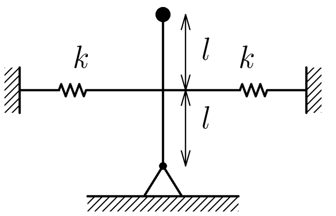
Úloha S . II ... *kiwi* *(5 bodů, řešilo 54 studentů)*

a) Určete periodu kmitů soustavy na obr. 3. Tyčka je nehmotná.

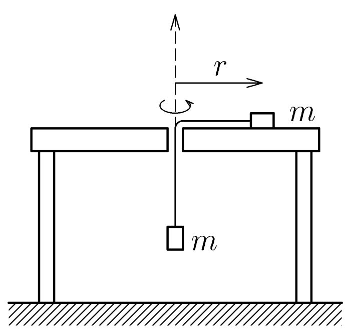
b) Mějme dvě stejná závažíčka hmotnosti m spojené vláknem, které prochází dírou ve stolu (viz obr. 4). Závažíčko na stole obíhá bez tření kolem díry ve vzdálenosti r od ní tak, že soustava je v rovnováze. Zjistěte, co se bude dít, zatáhneme-li nepatrně za visící závaží.

c) Co má společného kiwi s kyvy?

Zadali autoři seriálu Honza Houštěk a Lenka Zdeborová



Obr. 3



Obr. 4

a) Úlohu vyřešíme přes energie. Označíme maximální úhlovou výchylku A a maximální úhlovou rychlost tyčky Ω. Mezi těmito veličinami platí (viz seriál) $\omega = \Omega/A$. Celkovou energii lze vyjádřit buď jako kinetickou energii při nulové výchylce, nebo potenciální energii při nulové rychlosti,

$$\frac{1}{2} I \Omega^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} k (Al)^2 - 2mgl\,(1 - \cos A) \ .$$

Pokud dosadíme za $I = 4ml^2$ a aproximujeme $\cos A \approx 1 - A^2/2$, dostáváme pro úhlovou frekvenci

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m} - \frac{g}{2l}}\ .$$

Všimněte si, že pro $kl < mg$ soustava vůbec kmitat nebude, protože jde o labilní polohu. Nejčastější chybou bylo, že jste zapomněli na potenciální energii kuličky.

b) Ze ZZMH plyne, že $\omega r^2 = \omega_0 r_0^2$ a z rovnováhy sil $r_0\omega_0^2 = g$. Spočítáme celkovou energii soustavy:

$$E = E_{k,\text{horní}} + E_{k,\text{dolní}} + E_{p,\text{dolní}} = \frac{1}{2}m(v_t^2 + v_n^2) + \frac{1}{2}mv_n^2 - mg(l - r)\ .$$

Pro tečnou složku rychlosti horního tělesa můžeme psát

$$v_t^2 = (\omega r)^2 = \frac{\omega_0^2 r_0^4}{r^2} = \frac{g r_0^3}{r^2}\ ,$$

pro normálovou složku platí $v_n = \dot{r}$. Dosadíme do ZZE a dostaneme

$$\frac{1}{2}mg\,\frac{r_0^3}{r^2} + m\dot{r}^2 + mgr = \text{konst}\ .$$

Po zderivování a vydělení $2m\dot{r}$ dostáváme

$$\ddot{r} + \frac{g}{2}\left(1 - \frac{r_0^3}{r^3}\right) = 0\ .$$

Po linearizaci druhého členu dostáváme rovnici

$$\ddot{r} + \frac{3g}{2r_0}\,(r - r_0) = 0\ ,$$

což je rovnice harmonických kmitů kolem polohy r_0 s úhlovou frekvencí

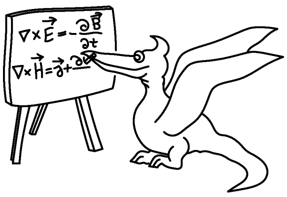
$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2r_0}}\ .$$

Spodní závažíčko tedy začne kmitat. Ke stejnému výsledku se samozřejmě dalo dospět i rozborem sil.

Mnozí řešitelé dospěli k závěru, že po zatáhnutí spodní závaží bude nezadržitelně klesat, protože odstředivá síla nestačí dorovnávat jeho tíhu. Tento závěr je chybný, neboť v důsledku ZZMH se v_t a s ní i odstředivá síla po zatažení zvýší.

c) Co přesně má společného kiwi s kyvy samozřejmě nevíme. Do textu seriálu se slůvko kiwi dostalo podle Michala Komma tak, že autoři tak úplně nevěděli, co dělají. Kupodivu to není daleko od pravdy :-). Ostatní ovšem nějaké souvislosti těchto dvou pojmů našli. Martin Beránek přišel na to, že slova „kiwi“ a „kyv“ mají stejný ciferný součet součtů ASCII hodnot svých písmen. Vojtěch Uhlíř podotknul, že když si pták kiwi dá do trumpety, začne provádět nepravidelné kyvy. Honza Kunc napsal, že když zavěsíme kiwi (ovoce) na nit a vychýlíme ho z rovnovážné polohy, vytvoříme kyvy. Nikdy se ale nestane, že kyvy vytvoříme kiwi, což je podle Honzy (a my s ním jednoznačně souhlasíme) docela škoda.

Báry Vostracká napsala básničku o kiwi, které jde s pejskem na procházku a snaží se spočítat kmity a kyvy, což se mu povede až v okamžiku, kdy se dívá na svého pejska, který se v době kiwiho nepozornosti oběsil na stromě, když honil kočku. Dále pak Michal Hajn sepsal famózní úvahu o tom, jak nejnovější etymologické výzkumy ukazují, že jde vlastně o tatáž slova. A Iva Kouřilová nám poslala příběh Maora jménem Divný slovo, který se svým kamarádem kiwim (ptákem) objevil kiwi (ovoce). Poslední tři zmiňovaná řešení (dá-li se tomu tak říkat) by si určitě zasloužila, aby mohla být publikována celá, na to máme ale bohužel málo místa.



Seriál na pokračování

Kapitola 4: Mechanika tuhého tělesa

Dosud jsme popisovali pouze hmotné body. V tomto díle se budeme zabývat popisem tuhého tělesa. Pod tímto pojmem si budeme představovat soustavu hmotných bodů, jejichž vzájemné vzdálenosti se nemění.

Častěji než se soustavou hmotných bodů se ovšem v praxi setkáme s tělesy, jejichž hmota je spojitě rozložena v nějakém objemu. I na takovéto těleso lze použít výsledky získané pro soustavu hmotných bodů, představíme-li si jej jako soustavu velkého množství málo hmotných bodů. V řadě výpočtů je potom ale nutné místo sum počítat integrály (zejména při výpočtech hmotného středu a momentu setrvačnosti). V tomto díle (kvůli omezenému prostoru) integrovat nebudeme, zvídavější z vás se určitě zkusí sami.

1. impulzová věta

Nyní podobně jako při odvození ZZH v minulém díle označíme $\boldsymbol{F}_{ij}$ sílu, kterou působí j-tý bod na i-tý a navíc $\boldsymbol{F}_i$ vnější sílu působící na i-tý bod. 2. Newtonův zákon pro i-tý bod tělesa je

$$\dot{\boldsymbol{p}}_i = \boldsymbol{F}_i + \sum_j \boldsymbol{F}_{ij} \ .$$

Už víme, že ze zákona akce a reakce plyne, že součet sil, kterými na sebe vzájemně působí jednotlivé body tělesa, je nulový. Pro celkovou hybnost pak platí

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \sum_i \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F} \ ,$$

kde $\boldsymbol{F}$ jsme označili celkovou vnější sílu. Toto tvrzení se nazývá 1. impulzová věta. Aby nám byla nějak užitečná, musíme umět vyjádřit $\boldsymbol{p}$ jednodušeji, než jako součet hybností jednotlivých bodů.

Hmotný střed

Zavedeme tedy pojem hmotného středu[1]) jako vážený průměr poloh všech bodů tělesa, přičemž váhou bodu je jeho hmotnost, tedy

$$\boldsymbol{r}_S = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{m} \sum_i m_i \boldsymbol{r}_i \ . \tag{1}$$

Důležitou vlastností hmotného středu je to, že jeho poloha vzhledem k tělesu je pevná. Z (1) plyne, že celkovou hybnost tělesa můžeme zapsat pomocí rychlosti hmotného středu jako $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_S$.

Nyní lze 1. impulzovou větu psát ve tvaru $m\boldsymbol{a}_S = \boldsymbol{F}$. To neznamená nic jiného, než že se hmotný střed pohybuje stejným způsobem, jakým by se podle 2. Newtonova zákona pohyboval hmotný bod s hmotností rovnou hmotnosti celého tělesa.

2. impulzová věta

Pomocí 1. impulzové věty umíme popsat pohyb hmotného středu. Nás ovšem také zajímá, jak bude těleso kolem hmotného středu rotovat. V minulém díle jsem zavedli moment hybnosti hmotného bodu. Jistě již tušíte, že moment hybnosti celého tělesa bude

$$\boldsymbol{L} = \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{p}_i \ .$$

[1]) Existuje drobná nuance mezi pojmy hmotného středu a těžiště, v převážné většině případů jsou však tyto pojmy zaměnitelné.

Podívejme se, jak bude vypadat jeho derivace.

$$\dot{\boldsymbol{L}} = \sum_i \dot{\boldsymbol{r}}_i \times \boldsymbol{p}_i + \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \dot{\boldsymbol{p}}_i = \sum_i \boldsymbol{v}_i \times (m_i \boldsymbol{v}_i) + \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \left(\boldsymbol{F}_i + \sum_j \boldsymbol{F}_{ij} \right) .$$

První člen je nulový, neboť se jedná o vektorový součin rovnoběžných vektorů. Druhý člen lze s užitím zákona akce a reakce upravit na tvar

$$\dot{\boldsymbol{L}} = \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i + \sum_{i<j} (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j) \times \boldsymbol{F}_{ij} .$$

Předpokládáme-li, že síly mezi body mají směr jejich spojnice, dostáváme ve druhé sumě opět vektorový součin rovnoběžných vektorů. Zbývá tedy první suma, kterou značíme $\boldsymbol{M}$ a nazýváme moment vnějších sil. Tvrzení 2. impulsové věty není nic jiného než že časová derivace celkového momentu hybnosti je rovna celkovému momentu působících sil, $\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}$.

Úhlová rychlost

Stejně jako u 1. impulsové věty je nyní třeba vyjádřit $\boldsymbol{L}$ jednodušším způsobem. Bohužel, pro obecný pohyb tuhého tělesa se jedná o netriviální problém, kterým se můžeme podle vašich přání zabývat třeba v posledním dílu seriálu. Omezíme se tedy pouze na rovinný pohyb, což je pohyb, při kterém existuje význačný směr $\boldsymbol{k}$ takový, že každý bod tělesa se pohybuje stále ve stejné rovině kolmé na tento směr[2]). Směr souřadné osy z volíme ve směru $\boldsymbol{k}$.

Zvolme bod tělesa O a označme $\boldsymbol{r}'_i$ polohový vektor i-tého bodu tělesa vzhledem k O. Hledejme rychlost $\boldsymbol{v}'_i$ i-tého bodu vzhledem k O. Jelikož vzdálenost obou bodů musí být konstantní, je $\boldsymbol{v}'_i$ kolmá na spojnici bodů, tedy na $\boldsymbol{r}_i$. Zároveň víme, že oba dva body se pohybují v rovině kolmé na $\boldsymbol{k}$ a proto $\boldsymbol{v}'_i$ je i na $\boldsymbol{k}$ kolmá. Existuje tedy vektor $\boldsymbol{\omega}_i \parallel \boldsymbol{k}$ tak, že

$$\boldsymbol{v}'_i = \boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{r}'_i . \tag{2}$$

Nyní ukážeme, že vektory $\boldsymbol{\omega}_i$ jsou stejné pro všechny body tělesa. Zřejmě to platí pro dva body, pro něž $\boldsymbol{r}'_i \parallel \boldsymbol{r}'_j$. Vezměme tedy různoběžné $\boldsymbol{r}'_i$, $\boldsymbol{r}'_j$. Vztah (2) platí i pro vzájemný pohyb těchto dvou bodů, existuje tedy $\boldsymbol{\omega}_{ij}$ tak, že

$$\boldsymbol{\omega}_{ij} \times (\boldsymbol{r}'_i - \boldsymbol{r}'_j) = \boldsymbol{v}'_i - \boldsymbol{v}'_j = \boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{r}'_i - \boldsymbol{\omega}_j \times \boldsymbol{r}'_j ,$$

z čehož po roznásobení a přeskupení dostáváme

$$(\boldsymbol{\omega}_{ij} - \boldsymbol{\omega}_i) \times \boldsymbol{r}'_i = (\boldsymbol{\omega}_{ij} - \boldsymbol{\omega}_j) \times \boldsymbol{r}'_j .$$

Protože $\boldsymbol{r}'_i \nparallel \boldsymbol{r}'_j$ a všechny omegy jsou rovnoběžné, lze tuto rovnici splnit pouze tak, že $\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_j = \boldsymbol{\omega}_{ij}$. Existuje tedy jediný vektor $\boldsymbol{\omega}$ ve směru $\boldsymbol{k}$, který nazýváme *úhlová rychlost*. Můžeme tedy vztah (2) napsat přímo pro „nečárkovanou" rychlost i-tého bodu:

$$\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_O + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_O) .$$

Tento vztah umožňuje spočítat rychlost libovolného bodu tělesa, známe-li rychlost bodu O.

Moment setrvačnosti

Nejprve nechť bod O je v klidu a $\boldsymbol{r}_O = \boldsymbol{0}$, jde tedy o rotaci kolem pevné osy z. Pro moment hybnosti můžeme psát

$$\boldsymbol{L}_i = m_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{v}_i = m_i \boldsymbol{r}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_i) = m_i \left[(\boldsymbol{r}_i \cdot \boldsymbol{r}_i)\boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{r}_i \cdot \boldsymbol{\omega})\boldsymbol{r}_i \right] .$$

Poslední rovnost platí díky vektorové identitě $\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$. Pro složku L_z celkového momentu hybnosti platí

$$L_z = \sum_i m_i \left[\left(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 \right) \omega - z_i^2 \omega \right] = \sum_i m_i \left(x_i^2 + y_i^2 \right) \omega = I\omega ,$$

kde I nazýváme momentem setrvačnosti tělesa (k příslušné ose). Z posledního vzorce je patrné, jak se I počítá. Častěji než sumu ale pro spojitá tělesa počítáme integrály (viz úvodní poznámka).

[2]) Různé body se mohou pohybovat v různých rovinách.

Steinerova věta

Nyní vyjádříme $\boldsymbol{L}$ pro obecný rovinný pohyb. Platí $\boldsymbol{L}_i = \boldsymbol{r}_i \times m_i \boldsymbol{v}_i$. Za O volíme hmotný střed S a užitím vztahů $\boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{r}_S + \boldsymbol{r}_i'$ a $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_S + \boldsymbol{v}_i'$ dostáváme

$$\boldsymbol{L}_i = m_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{v}_S + \boldsymbol{r}_i' \times m_i \boldsymbol{v}_i' + \boldsymbol{r}_S \times m_i \boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{r}_S \times m_i \boldsymbol{v}_S \ .$$

Nyní uděláme sumu přes i. První, třetí a čtvrtý člen je roven $\boldsymbol{r}_S \times \boldsymbol{p}_S$ (čtvrtý se záporným znaménkem), jejich součet je tedy také $\boldsymbol{r}_S \times \boldsymbol{p}_S$, což si lze představit jako moment hybnosti hmotného středu. Druhý člen má význam momentu hybnosti vůči hmotnému středu, který počítáme jako v minulém odstavci[3]). Dostáváme tedy důležitý vztah

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_S + \boldsymbol{r}_S \times \boldsymbol{p}_S \ . \tag{3}$$

Opět uvažujme, že nějaký bod O je v klidu a $\boldsymbol{r}_O = \boldsymbol{0}$. Podle (3) platí $\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{L}_S + \boldsymbol{r}_S \times \boldsymbol{p}_S$. Pro z-ové složky máme $I_O\omega = I_S\omega + m\left(x_S^2 + y_S^2\right)\omega$, kde poslední člen jsme odvodili stejně jako při výpočtu I. Protože výraz v závorce je zřejmě čtverec vzdálenosti os jdoucích body O a S, můžeme formulovat užitečnou větu[4]). Moment setrvačnosti I kolem nějaké osy je o md^2 větší než moment setrvačnosti I_S kolem rovnoběžné osy jdoucí hmotným středem, kde d je vzdálenost os.

Kinetická energie

Kinetickou energii i-tého bodu můžeme pomocí polohy a rychlosti hmotného středu napsat jako

$$E_i = \frac{1}{2} m_i \boldsymbol{v}_i^2 = \frac{1}{2} m_i \left\{ \boldsymbol{v}_S^2 + 2\boldsymbol{v}_S \cdot [\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_S)] + [\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_S)]^2 \right\} \ .$$

Celkovou kinetickou energii všech bodů tělesa dostaneme sumací přes všechna i,

$$E_k = \sum_i E_i = \frac{1}{2}\boldsymbol{v}_S^2 \sum_i m_i + \boldsymbol{v}_S(\boldsymbol{\omega} \times \sum_i m_i \boldsymbol{r}_i) - \boldsymbol{v}_S(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_S) \sum_i m_i + \frac{1}{2} \sum_i \boldsymbol{\omega} \cdot [m_i \boldsymbol{r}_i' \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_i')] \ ,$$

kde poslední člen jsme získali na základě vektorové identity $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b} \cdot (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a})$. První člen na pravé straně rovnosti má význam kinetické energie hmotného středu. Druhý a třetí člen jsou stejné a tedy se navzájem vyruší. z-ová složka[5]) výrazu v hranatých závorkách u čtvrtého členu dává, jak už jsme jednou odvodili, z-ovou složku momentu hybnosti, tedy $I_S\omega$. Máme tedy výsledný výraz pro kinetickou energii, který se v literatuře často nazývá *Königova věta*,

$$E_k = \frac{1}{2} m v_S^2 + \frac{1}{2} I_S \omega^2 \ . \tag{4}$$

Příklad 8: Jojo je rotačně symetrické těleso s hmotností m, momentem setrvačnosti kolem rotační osy I a poloměrem r vnitřníhoválečku, na kterém je navinuto vlákno. Jak se bude pohybovat, pustíme-li ho z klidu v tíhovém poli.

Na těleso působí tíhová síla a síla vlákna. Abychom nemuseli počítat sílu vlákna, zvolíme za bod O, ke kterému budeme počítat momentové veličiny, bod kde se vlákno odděluje od joja. Je-li v rychlost středu, platí pro úhlovou rychlost $\omega = v/r$. Podle (3) a 2. impulzové věty je

$$L = mvr + \frac{Iv}{r} \ , \qquad \dot{L} = M = mgr \ .$$

Z toho dostáváme, že zrychlení je konstatní a má velikost

$$a = \frac{mg}{m + I/r^2} \ .$$

[3]) Jeho z-ová složka je $I_S\omega$.

[4]) Steinerova věta. V anglosaské literatuře též „parallel axis theorem“.

[5]) Jiná nás nezajímá, neb hranatou závorku skalárně násobíme $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, \omega)$.

Příklad 9 (těžký symetrický setrvačník): Mějme rotačně symetrické tuhé těleso, jehož moment setrvačnosti kolem osy symetrie je I. Co se bude dít, roztočíme-li toto těleso velkou úhlovou rychlostí Ω kolem osy symetrie a uchytíme ho v jednom bodě O vzdáleném d od hmotného středu? Rotační osa svírá s vertikálou úhel ϑ.

Protože je úhlová rychlost je velká, lze moment hybnosti psát jako $\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\Omega}$, příspěvek dalšího pohybu k momentu hybnosti zanedbáme. Na těleso působí moment tíhové síly (vzhledem k O). Jeho velikost je $M = mgd\sin\vartheta$. Vektor $\boldsymbol{M}$ je kolmý na $\boldsymbol{L}$ a leží ve vodorovné rovině. Z toho podle 2. impulzové věty plyne, že svislá složka $\boldsymbol{L}$ se bude zachovávat, vodorovná složka se bude stáčet úhlovou rychlostí $\omega = M/(L\sin\vartheta)$. Je to analogie s rovnoměrným pohybem po kružnici, kde platí $\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$, v našem případě poloze odpovídá $\boldsymbol{L}$ a rychlosti $\boldsymbol{M}$. Rotační osa tedy bude opisovat kuželovou plochu s úhlovou frekvencí

$$\omega = \frac{mgd}{I\Omega}\ .$$

Příklad 10: Na dokonale hladké podložce leží tyč o hmotnosti M a délce l. Do jednoho jejího konce na ni kolmo rychlostí v narazí náboj o hmotnosti $m \ll M$ a zůstane v ní zavrtaný. Co se bude dít?

Na tyč zřejmě po určitou dobu působí síla ve směru $\boldsymbol{v}$ a ta podle 1. impulzové věty způsobí, že se střed[6]) začne pohybovat rychlostí v' ve stejném směru. Máme-li stále na paměti $m \ll M$, snadno rozmyslíme, že platí $v' = (m/M)\,v$. Tyč se také roztočí úhlovou rychlostí ω. Celková změna momentu hybnosti, kterou zapříčiní moment působící síly, je $\Delta L = (l/2)\,\Delta p = lmv/2$, a platí tedy

$$\omega = \frac{\Delta L}{I} = \frac{\frac{lmv}{2}}{\frac{1}{12}Ml^2} = \frac{6mv}{Ml}\ .$$

Úloha IV . S ... *draci*

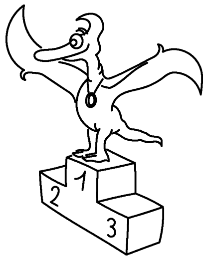
a) Vžijte se do role prince, který se chystá useknout drakovi hlavu. Má dlouhý těžký meč. Jakým místem meče má vést úder, aby ho náraz nepraštil do ruky? Meč můžete považovat za homogenní, nebo navrhnout lepší model.

b) Vymyslete co nejreálnější model, jak draci chrlí oheň. (Slovem nejreálnější nemyslíme návrhy jako „Drak má v žaludku PB–láhev“ a podobné.)

Pokud nevěříte, že draci existují, můžete místo toho vymyslet, jak poznat směr rotace turbíny ve vysavači (aniž byste ho rozebírali).

c) Napište nám své návrhy na obsah dalších dílů seriálu.

6) V důsledku $m \ll M$ považujeme i nadále střed tyče za hmotný střed.



Pořadí řešitelů po II. sérii

Kategorie čtvrtých ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	P	E	S2	%	II	Σ
	Student	*Pilný*	*F.1*	*MFF UK*	*4*	*4*	*5*	*3*	*6*	*8*	*5*	*100*	*35*	*67*
1	Jan	Kunc	4.A	G Kolín	3	4	—	4	4	8	5	93	28	52
2	Peter	Čendula	4.B	G Liptovský Mikuláš	—	2	—	3	3	3	6	65	17	44
3	Vladimír	Fuka	sept. A	G Rakovník	—	4	2	2	1	4	4	55	17	38
4	Martin	Beránek		G Praha - Ohradní	3	4	—	3	3	6	5	80	24	37
5	Karel	Žídek	4.E	G Opava	2	0	—	1	4	—	—	41	7	29
6	Juraj	Feilhauer	B	G Bratislava	3	0	1	1	1	3	3	34	12	26
7	Jan	Kratochvíl	4.K	SPŠST Praha - Panská	—	—	—	—	—	—	—	—	0	24
8 - 10	František	Havlůj		G Praha	3	0	—	3	3	5	3	57	17	23
8 - 10	Miroslav	Kozel			—	1	—	1	2	1	4	35	9	23
8 - 10	Pavol	Mikčo	4.B	G Stropkov	—	0	—	—	1	6	3	44	10	23
11 - 12	Jakub	Levic	sept. B	G Louny	3	—	—	—	2	5	2	52	12	21
11 - 12	Jaroslav	Tykal	4.C	G Jihlava	—	—	—	1	2	—	2	36	5	21
13 - 17	Nina	Benešová		G Praha	—	—	—	1	2	4	3	46	10	19
13 - 17	Patrik	Hudec	4.C	G Bílovec	3	0	—	—	2	—	—	36	5	19
13 - 17	Zoltán	Mics	4.B	G Šahy	—	—	—	—	—	—	—	—	0	19
13 - 17	Ondřej	Plašil	okt. B	G Praha - Chodovická	—	—	—	—	—	—	—	—	0	19
13 - 17	Martin	Sikora		G Bílovec	3	0	—	—	1	2	—	27	6	19
18 - 20	Ladislav	Benda		G Hradec Králové - JKT	2	—	—	—	—	—	2	44	4	17
18 - 20	Zdeněk	Cejnar	4.A	G Říčany	—	1	—	1	3	6	—	52	11	17
18 - 20	Peter	Valachovič	4.B	SPŠ Trenčín	4	—	—	—	2	5	—	61	11	17
21	Jaromír	Chalupský	sept. A	G Sušice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	16
22	Petra	Adamová	4.A	G Benešov	—	0	—	—	2	5	3	44	10	13
23 - 27	Jan	Alster	sept. A	G Holešov	4	—	—	0	—	—	—	57	4	11
23 - 27	Jan	Bauer	sept. A	G Praha - Sladkovského	1	0	—	1	3	5	1	37	11	11
23 - 27	Martin	Holík	4.C	G Bílovec	—	—	—	—	—	—	—	—	0	11
23 - 27	Pavel	Janda	sept.	G Telč	—	—	—	—	—	—	—	—	0	11
23 - 27	Lukáš	Sobek			—	—	—	—	—	6	—	75	6	11
28 - 29	Michal	Bláha	4.M	SPŠST Praha - Panská	—	—	—	—	—	—	—	—	0	10
28 - 29	Pavel	Řezanka	4.C	G Praha - Zborovská	—	—	—	—	1	—	4	46	5	10
30	Ivan	Dovica		G Košice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	9
31 - 35	Pavel	Hančar		SPŠ Jičín	4	—	—	0	2	—	—	46	6	8
31 - 35	Martin	Jakl	6.D	G Pardubice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	8
31 - 35	Jaroslava	Plasová	okt. C	G Klatovy	—	0	—	3	2	—	—	39	5	8
31 - 35	Martin	Šimek	sexta	G Telč	—	—	—	—	—	—	—	—	0	8
31 - 35	Vojtěch	Uhlíř		G Uherské Hradiště	—	—	—	—	—	—	4	80	4	8
36 - 39	Ivan	Banas	4.G	G Martin	—	—	—	—	—	5	—	63	5	7
36 - 39	Petra	Dobroucká	7.BV.	G Moravská Třebová	1	—	—	—	2	—	—	30	3	7
36 - 39	Pavel	Kočica	4.A	G Uh. Brod	—	—	—	—	—	—	—	—	0	7
36 - 39	Michal	Tarana		G Žilina	—	—	—	—	—	—	—	—	0	7
40 - 41	Martin	Hrba	sept. A	G Sušice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	5
40 - 41	Alice	Koželuhová		G Brno	—	—	—	—	3	—	1	36	4	5
42 - 46	Dáša	Eisenmannová	4.A	G Praha - Mezi školami	—	—	—	—	—	—	—	—	0	4
42 - 46	Petr	Krčmář		GTMPL Rožnov	—	0	—	—	—	—	—	0	0	4
42 - 46	Tomáš	Leško			0	0	0	1	—	—	1	10	2	4
42 - 46	Michal	Nejezchleb		G Rožnov p. R.	—	0	—	—	—	—	—	0	0	4
42 - 46	Michal	Talík		G Broumov	—	—	—	—	—	—	—	—	0	4
47 - 49	Luďek	Michera		G Rychnov n. K.	0	0	—	0	0	—	—	0	0	3
47 - 49	Lukáš	Schmiedt	4.D	SG Olomouc	—	—	—	—	—	—	—	—	0	3
47 - 49	Martin	Szablatura		SPŠ Karviná	—	—	—	—	—	—	—	—	0	3
50 - 52	Tomáš	Michalička		GOA Jaroměř	—	—	—	—	—	—	—	—	0	1
50 - 52	Leoš	Veselý			—	—	—	—	—	—	—	—	0	1
50 - 52	Pavel	Vraspír	sexta	G Polička	—	—	—	—	—	—	—	—	0	1

Kategorie třetích ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	P	E	S2	%	II	Σ
	Student	*Pilný*	*F.1*	*MFF UK*	*4*	*4*	*5*	*3*	*6*	*8*	*5*	*100*	*35*	*67*
1	Eva	Skopalová		G Poprad	4	1	—	1	2	5	6	63	19	44
2	Michael	Komm	sept.	G Praha - Parléřova	4	0	—	3	4	5	4	67	20	43
3	Ľuboš	Bednárik	3.F	G Trenčín	4	—	—	3	2	5	4	69	18	34
4	Michal	Hajn		G Jihlava	1	0	—	2	3	5	6	57	17	33
5	Václav	Matouš	3.A	G Klatovy	—	—	—	—	3	4	—	50	7	30
6	Matej	Dubový	3.B	G Trenčín	4	0	—	0	3	5	4	46	16	29
7	Tomáš	Buchta		G Praha-Zborovská	0	—	2	0	0	1	1	13	4	26
8	Ondřej	Vencálek	3.B	G Frýdek-Místek - ČSA	—	—	—	1	3	5	—	53	9	24
9	Zdeněk	Čejka		G Praha - U Lib. zámku	—	—	—	—	—	4	2	46	6	23
10	Jan	Fröhlich	7.A	G Praha - Mezi šk.	—	—	—	—	—	—	—	—	0	22
11 - 12	Miroslav	Frost	sept. A	G Brno - Elgartova	—	2	—	1	4	5	—	57	12	20
11 - 12	Miroslav	Šulc	sexta B	G Ústí n. L. - Stavbařů	—	0	—	—	2	—	3	33	5	20
13 - 15	Jakub	Galgonek		GPB Frýdek-Místek	—	—	—	—	—	—	—	—	0	18
13 - 15	Iva	Kouřilová	3.B	OA Blansko	1	2	3	2	2	—	3	48	13	18
13 - 15	Jaroslava	Schovancová		G Praha	—	0	—	3	1	6	1	42	11	18
16	Jiří	Kosina	sexta	G Blansko	3	2	—	—	—	5	—	63	10	17
17	Jiří	Palek	3.A	G Nové Strašecí	—	—	—	—	—	—	—	—	0	13
18 - 19	Lenka	Beranová	sept. C	G Klatovy	—	—	—	—	3	—	—	50	3	12
18 - 19	Pavel	Kwiecien	3.A	G Dvůr Králové	—	—	—	—	—	—	—	—	0	12
20	Jakub	Kratochvíl		G Čáslav	—	—	—	—	—	—	—	—	0	11
21 - 23	Václav	Bouše	3.A	G Praha - Mezi šk.	—	0	—	3	4	3	—	48	10	10
21 - 23	Jana	Nováková	3.A	G Žďár n. Sázavou	—	—	—	—	2	—	2	36	4	10
21 - 23	Jindřich	Šťástka	3.E	G Sokolov	—	0	—	0	4	—	4	44	8	10
24	Miroslav	Krůs	3.A	G Klatovy	—	—	—	—	—	4	—	50	4	9
25 - 27	Jiří	Eliášek	3.B	G Trutnov	—	0	—	2	—	3	—	33	5	8
25 - 27	Milan	Jalový	sexta A	G Blansko	—	—	—	—	—	—	—	—	0	8
25 - 27	Karol	Martinka	3.G	G Trenčín	—	—	—	—	—	—	—	—	0	8
28	Miroslav	Kačena	sept.	G Trenčín	—	—	—	—	—	—	—	—	0	7
29 - 31	Matěj	Görner		G Praha	—	—	—	—	—	—	—	—	0	6
29 - 31	Zdenka	Marková	3.A	G Holešov	—	—	—	—	—	—	—	—	0	6
29 - 31	Karel	Martišek	sexta A	G Brno - Elgartova	—	—	—	—	—	6	—	75	6	6
32 - 33	David	Šubrt		G Děčín	0	0	0	0	2	—	—	9	2	5
32 - 33	Michal	Zapletal	P2C	G Rožnov p. R.	—	—	—	—	—	—	—	—	0	5
34	Zuzana	Svobodová		G Zlaté Moravce	0	—	—	0	1	—	0	6	1	4
35 - 37	Petr	Čech	3.A	G Přerov	—	—	—	—	—	—	—	—	0	2
35 - 37	Anna	Fučíková		G Třebíč	—	—	—	—	—	—	—	—	0	2
35 - 37	Michal	Kabát	3.A	G Púchov	—	—	—	—	—	—	—	—	0	2
38	David	Herčík		G Liberec	—	—	—	—	—	—	—	—	0	1

Kategorie druhých ročníků

	Jméno	Příjmení	Třída	Škola	1	2	3	4	P	E	S2	%	II	Σ
	Student	*Pilný*	*F.1*	*MFF UK*	*4*	*4*	*5*	*3*	*6*	*8*	*5*	*100*	*35*	*67*
1	Miroslav	Hejna	5A8	G Rychnov n. K.	4	4	1	2	4	6	6	77	27	58
2	Luboš	Matásek	sexta A	G Plzeň - Mik. nám.	—	2	1	3	5	6	2	61	19	41
3	Lukáš	Chvátal	5A8.	G Brno - Vejrostova	4	4	—	—	4	4	5	78	21	35
4	Václav	Cviček	2.A	G Frýdek-Místek	4	0	0	3	3	5	3	51	18	34
5	Michal	Bareš	sexta A	G Plzeň - Mik. nám.	—	0	1	3	4	5	2	48	15	33
6	Petr	Houštěk	kvarta	G Pelhřimov	—	4	—	2	4	4	5	73	19	31
7	Jan	Prachař		G Rychnov n. K.	4	1	—	3	3	6	2	63	19	30
8	Karel	Tůma	sexta A	G Moravská Ostrava	—	—	—	1	3	6	4	64	14	29
9	Petr	Šimek	2.A	G Blansko	—	—	—	0	3	6	1	39	10	28
10	Jaroslav	Trnka	2.B	G Praha	—	0	—	1	—	—	—	4	1	19
11 - 12	Vít	Šípal	2.B	G Ústí n. L. - Jateční	—	0	0	0	5	1	4	32	10	18
11 - 12	Marek	Vyšinka	6AV	G Brno	1	0	—	1	—	—	—	18	2	18
13	Václav	Varvařovský	kvinta A	G Plzeň - Mik. nám.	—	—	—	—	—	—	—	—	0	15
14 - 17	Barbora	Galaczová	2.B	G Třinec	—	—	—	—	—	4	—	50	4	13
14 - 17	Miroslav	Havelka		G Zastávka	1	0	0	0	4	4	2	31	11	13
14 - 17	Jaroslav	Kudlička	sexta A	G Hodonín	—	—	—	1	—	6	3	63	10	13
14 - 17	Tibor	Vansa		G Moravská Ostrava	—	—	—	—	—	—	—	—	0	13

	Jméno	**Příjmení**	**Třída**	**Škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**P**	**E**	**S2**	**%**	**II**	**Σ**
	Student	*Pilný*	*F.1*	*MFF UK*	*4*	*4*	*5*	*3*	*6*	*8*	*5*	*100*	*35*	*67*
18	Petr	Pošta		G Pardubice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	11
19	Jan	Klusoň	sexta	G Litomyšl	1	—	—	—	—	—	—	25	1	10
20	Pavel	Čížek	sexta	G Kralupy n. Vl.	—	—	—	—	—	—	3	60	3	9
21	Miroslav	Zgažar		SPŠCH Ostrava	—	0	—	—	—	—	3	33	3	8
22 - 24	Markéta	Růžičková	2.A	G Cheb	—	—	—	—	—	—	—	—	0	7
22 - 24	Jan	Smrek		G Bratislava	—	—	—	—	—	—	—	—	0	7
22 - 24	Bára	Vostracká	sexta A		—	—	—	—	1	3	3	37	7	7
25 - 27	Petr	Gibas	A	G Praha - Zborovská	1	—	—	—	1	—	—	14	2	6
25 - 27	Šárka	Kreuzová	sexta A		—	—	—	—	1	3	2	32	6	6
25 - 27	Jaroslav	Štencl	B		—	0	0	0	2	3	1	19	6	6
28 - 29	Stanislav	Mlenský	2.B	COP Hronov	—	0	—	—	1	3	—	22	4	5
28 - 29	Zdeněk	Stupňánek		G Znojmo	—	0	—	—	2	1	2	22	5	5
30 - 31	Zuzana	Kopová		G Pardubice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	4
30 - 31	Lukáš	Snášel	2.B	COP Hronov	—	—	—	—	—	—	—	—	0	4
32 - 34	Ondrej	Klučka		G Bratislava	—	—	—	—	—	—	—	—	0	3
32 - 34	Jan	Křivka	2.B	COP Hronov	—	—	—	—	—	—	—	—	0	3
32 - 34	Lenka	Pinkavová	sept.	G České Budějovice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	3
35 - 36	Jitka	Bačová		G Olomouc	—	0	—	—	—	—	—	0	0	2
35 - 36	Tereza	Cvejnová		G Písek	—	—	—	—	—	—	—	—	0	2
37	Pavel	Klouda		G Kyjov	—	—	—	0	1	—	0	7	1	1

Kategorie prvních ročníků

	Jméno	**Příjmení**	**Třída**	**Škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**P**	**E**	**S2**	**%**	**II**	**Σ**
	Student	*Pilný*	*F.1*	*MFF UK*	*4*	*4*	*5*	*3*	*6*	*8*	*5*	*100*	*35*	*67*
1	Alexadr	Kazda		G Praha	—	4	—	—	2	3	4	57	13	28
2	Martin	Váňa	1.D	SPSŠ Praha	—	—	—	—	—	—	—	—	0	12
3	Jan	Kuchař		GJKT	—	—	—	—	—	6	—	75	6	11
4	Lucie	Vasická		G Most	—	—	—	0	2	4	1	32	7	9
5 - 7	Michal	Havel		COP Hronov	—	—	—	—	—	3	—	38	3	6
5 - 7	Mária	Šedivá	1.A	ZŠ Trenčín	—	—	—	—	—	—	—	—	0	6
5 - 7	Hana	Suchomelová	9.A	ZŠ Trenčín	—	—	—	—	—	—	—	—	0	6
8 - 10	Jana	Babováková		G Most	0	0	—	1	2	—	1	18	4	5
8 - 10	Miroslav	Frantes		G Benešov	—	0	—	—	3	—	—	30	3	5
8 - 10	Přemysl	Rubeš		G Pardubice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	5
11 - 12	Filip	Kozel	1.A	COP Hronov	—	0	—	—	—	3	—	25	3	3
11 - 12	Jana	Vrábelová			—	—	—	—	—	3	—	38	3	3
13 - 14	Markéta	Novotná		G Hranice	—	—	—	—	—	—	—	—	0	1
13 - 14	Zdeněk	Váňa	1.B	COP Hronov	—	0	—	—	—	—	—	0	0	1

Naše adresa:

FYKOS
Matematicko-fyzikální fakulta UK — ÚTF
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8
http://fykos.mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář, který je zastřešen Oddělením vnějších vztahů a propagace MFF UK, je organizován studenty MFF UK za podpory Ústavu teoretické fyziky MFF UK a jeho zaměstnanců a Jednoty českých matematiků a fyziků.