14. ročník, úloha III . 3 ... *dnem vzhůru* *(4 body; průměr ?; řešilo 68 studentů)*

Ve velké nádobě s vodou je částečně ponořena dnem vzhůru válcová sklenice. Hladina vody v nádobě i ve sklenici je stejná a je vzdálena $l = 10\,\mathrm{cm}$ ode dna sklenice. Teplota vzduchu je $t_0 = 20\,^\circ C$ a atmosférický tlak je $p_0 = 100\,\mathrm{kPa}$. O jakou výšku h stoupne hladina vody ve sklenici, jestliže se teplota sníží o $\Delta t = 10\,^\circ C$ a tlak stoupne o $\Delta p = 2{,}0\,\mathrm{kPa}$?

Počítalo se na cvičení k přednášce Fyzika I, zadal Honza Houštěk.

Tlak plynu ve skleničce je roven vnějšímu tlaku, což lze nahlédnouti následující úvahou. V kapalině je všude stejný tlak, poněvadž ji považujeme za nestlačitelnou. V jistém bodě pod skleničkou bude tlak roven tlaku plynu ve skleničce plus hydrostatickému, ale ten se musí rovnat tlaku atmosférickému plus stejný hydrostatický tlak, poněvadž jsou hladiny vyrovnány. Tady si někteří řešitelé uvědomili, že sklenice neplave ve vodě, nýbrž musí býti nějak upevněna. Vztlaková síla by skleněnou nádobu neudržela nad vodou, kvůli menší hustotě vody, a tlaková síla plynu uvnitř je stejná jako tlaková síla atmosférického tlaku. Za toto povšimnutí jsem uděloval bonus jeden bod. Teď se můžeme zabývat plynem ve sklenici, který budeme považovat za ideální. Můžeme tvrdit, že pro něj platí stavová rovnice ve tvaru

$$\frac{pV}{T} = \mathrm{konst}\,. \tag{1}$$

Při změně vnějšího tlaku na tlak $p_1 = p_0 + \Delta p = 102\,\mathrm{kPa}$ a teploty na $T_1 = T_0 + \Delta T = 283{,}15\,\mathrm{K}$ se budeme zajímat o ustálený stav, kdy se teplota plynu ve skleničce vyrovná s okolní. Pak pro tlak ve sklenici bude platit

$$p_2 = p_1 - h\varrho g\,,$$

kde $g = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ je tíhové zrychlení a h je výška sloupce vody, o kolik stoupla hladina ve skleničce. Mnoho řešitelů zapomnělo vzít do úvahy hydrostatický tlak vystouplého sloupce vody ve sklenici. Nádobu s vodou považujeme za velkou, proto pokles hladiny v nádobě zanedbáme. Pak si objem plynu vyjádříme jako $V_0 = lS$ pro teplotu T_0 a pro teplotu T_1 jako $V_1 = (l-h)S$, kde S je plocha podstavy skleničky. Dosazením do (1) získáme kvadratickou rovnici ve tvaru

$$0 = h^2\varrho g - h(l\varrho g + p_0 + \Delta p) + \Delta pl - \frac{p_0 l \Delta T}{T_0}\,.$$

Řešení jsou dvě $h_1 = 10{,}3\,\mathrm{m}$, které zjevně nevyhovuje a $h_2 = 5{,}3\,\mathrm{mm}$.

Ladislav Michnovič