

Zadání I. série



Termín odeslání: 22. října 2001

Milí přátelé!

Vítáme vás v XV. ročníku Fyzikálního korespondenčního semináře Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy. Podrobnější informace o semináři najdete v přiloženém letáku, zde uvádíme jen několik důležitých věcí.

S první sérií nám prosím pošlete na zvláštním papíře vaše jméno, příjmení, datum narození, adresu pro korespondenci, školu, třídu, kategorii (kat. 1., 2., 3. nebo 4. ročníků) a email (máte-li). Řešení každé úlohy pište na **zvláštní papír** a **všechny papíry podepište**.

Není třeba posílat řešení všech úloh, řešitelé, kteří spočítají vše, jsou spíše výjimkou.

U experimentální úlohy nezapomeňte na to, že experiment je třeba nejen navrhnout, ale i provést, naměřené hodnoty zpracovat, spočítat z nich výsledek a provést diskuzi chyb. Odměnou vám bude vyšší počet bodů, jímž je experimentální úloha hodnocena.

Na vaše řešení se již dnes těší

Vaši organizátoři

Úloha I. 1 ... špulka

Na špulce je navinutá nit. Za nit táhneme ve vodorovném směru konstantní silou F . Vnější poloměr je R a poloměr válce, na kterém je navinuta nit je r . Jaké je zrychlení špulky a jaký má směr? Koeficient tření je dost velký na to, aby špulka neprokluzovala. Znáte rozměry, hmotnost a moment setrvačnosti špulky.

Úloha I. 2 ... válec s vodou

Mějme válcovou nádobu o poloměru podstavy R naplněnou vodou do výšky H . Do podstavy uděláme malou díрку o poloměru r . Za jak dlouho voda vyteče?

Úloha I. 3 ... žárovka

Máme žárovku, která svítí na výkonu 100 W. Chceme vyrobit žárovku pro výkon 60 W a použít přitom stejný materiál vlákna. Chceme, aby obě žárovky svítily „stejně“ (měly stejnou spektrální vyzařovací charakteristiku). Jaké rozměry musí mít vlákno v 60 W žárovce vzhledem k tomu ve 100 W?

Úloha I. 4 ... hranol

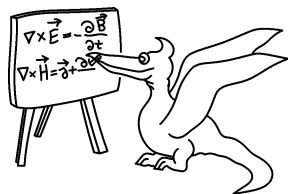
Mějme pravidelný trojboký hranol o indexu lomu n . Na jednu jeho stěnu dopadá paprsek světla a vychází druhou stěnou. Spočtěte úhel odchýlení paprsku δ paprsku od původního směru v závislosti na natočení hranolu. Kdy bude δ maximální?

Úloha I. P ... černá tělesa

Mějme dvě dokonale černá tělesa. První z nich má teplotu T . Na jakou nejvyšší teplotu lze zahřát druhé z nich pomocí spojky o ohniskové vzdálenosti f ?

Úloha I. Exp ... tání ledu

Připravte si různě veliké ale geometricky podobné kusy ledu (kostky, koule, ...) a změřte závislost rychlosti jejich tání ve vodě (pokud možno stálé teploty) na jejich velikosti. Výsledky se pokuste interpretovat.



Seriál na pokračování

Tématem letošního seriálu na pokračování je teorie relativity (jistě „zobecnění“ klasické mechaniky, která byla tématem loňského seriálu). My se budeme zabývat hlavně speciální teorií relativity (STR), která popisuje fyzikální jevy v inerciálních vztažných soustavách. Hlavním důvodem je matematická jednoduchost speciální relativity oproti obecnému případu.

Teorie relativity je jedním ze základních pilířů moderní fyziky. Jak jistě mnozí víte, relativistická fyzika vznikla na počátku 20. století (spolu s dalším pilířem moderní fyziky — kvantovou fyzikou) a její základy položil Albert Einstein. Teorie relativity zásadním způsobem změnila náš pohled na prostor, čas a hmotu.

Kapitola 1: Klasická fyzika a relativita

Prostor a čas

Klasická fyzika předpokládá, že fyzikální prostor je třírozměrný eukleidovský prostor. Mezi jeho základní vlastnosti patří spojitost, homogennost a izotropnost. Základem prostorových měření je měření délky (porovnání měřeného předmětu s délkovým normálem). Klasická fyzika předpokládá, že prostor je absolutní (ve smyslu měření délek) — vlastnosti prostoru nezávisí na hmotě a jejím pohybu.

Čas je v klasické fyzice jednorozměrný, spojitý, rovnoměrný, jednosměrný, synchronizovaný a absolutní. K měření časových intervalů se užívá periodických dějů.

Událostí rozumíme to, co se odehrává v určitém místě v prostoru a v určitém časovém okamžiku. K charakterizaci bodové události tedy potřebujeme umět určovat polohu a čas. Polohu bodu v prostoru vždy určujeme měřením vzdáleností tohoto bodu od pevně zvolených těles, jejichž vzájemné vzdálenosti se nemění. Tato vztažná tělesa volíme tak, aby určování polohy bylo jednoznačné. V třírozměrném eukleidovském prostoru můžeme za tato tělesa vzít soustavu tří bodových těles neležících na jedné přímce. Vztažná tělesa definují vztažnou soustavu spojenou s daným pozorovatelem fyzikálních dějů.

Kromě určování polohy je třeba v dané vztažné soustavě stanovit způsob měření času. Hodiny umístěné v nějakém bodě umožňují bezprostředně určit časový okamžik, ve kterém nastává v tomto bodu určitá událost. Složitější situace však nastane, pokud se událost odehraje ve větší vzdálenosti od hodin a my nemáme k dispozici signál, který by se šířil nekonečnou rychlostí. Řešením je v tomto případě umístění hodin do všech bodů, ve kterých dochází k událostem. Tyto hodiny však musíme synchronizovat, aby v daném časovém okamžiku všechny ukazovaly stejný čas. Synchronizaci hodin můžeme provést například přenosem: Hodiny synchronizujeme na jednom místě a potom je přeneseme tam, kam potřebujeme. Přenos hodin však musíme provést tak, aby neměl vliv na chod hodin. Další možností synchronizace hodin je využití elektromagnetického signálu: Jedny hodiny vybereme za základní. Tyto hodiny v čase t_0 vyšlou elektromagnetický signál k ostatním hodinám. Při obdržení signálu hodinami je pak potřeba nastavit na tyto hodiny čas $t = t_0 + \frac{l}{c}$, kde l je vzdálenost těchto hodin od základních hodin a c je rychlost signálu.

Newtonovy pohybové zákony

Základem klasické dynamiky jsou Newtonovy pohybové zákony. První Newtonův zákon je vlastně existenčním axiomem: Existuje vztažný systém (nazývá se inerciální), vůči němuž se každý izolovaný hmotný bod (nepůsobí na něj ostatní tělesa) pohybuje rovnoměrně přímočaře. Druhý Newtonův zákon implicitně definuje setrvačnou hmotnost a sílu: Pro každý hmotný bod existuje konstanta m a vektorová funkce \mathbf{F} taková, že jeho pohyb vůči inerciálnímu systému je určen rovnicí: $m\mathbf{a} = \mathbf{F}$, kde \mathbf{a} je zrychlení hmotného bodu (což je druhá časová derivace polohy; jedná se tedy o diferenciální rovnici pro trajektorii hmotného bodu) v inerciálním vztažném systému. Síla \mathbf{F} popisuje působení ostatních těles na daný hmotný bod. Na sílu \mathbf{F} obvykle klademe přirozené požadavky: princip superpozice (výsledná síla odpovídající působení více těles je vektorovým součtem sil popisujících jednotlivá působení) a třetí Newtonův zákon — princip akce a reakce:

Působí-li jedno těleso na druhé silou \mathbf{F} , potom ve stejném okamžiku působí druhé těleso na první silou $\mathbf{F}' = -\mathbf{F}$. Princip akce a reakce tedy vyžaduje, aby se všechny interakce šířily nekonečnou rychlostí.

Galileiho transformace a Galileiův princip relativity

Uvažujme dvě vztažné soustavy S a S' , které se vůči sobě pohybují rovnoměrným přímočarým pohybem. Kartézské souřadnice zvolme v obou vztažných systémech tak, aby osy x splývaly a aby se soustava S' pohybovala vůči soustavě S rychlostí v v kladném směru osy x . Osy y a z zvolme tak, aby splývaly v okamžiku, kdy splývají počátky obou soustav. Za časový počátek volme v obou vztažných systémech okamžik, kdy splývají souřadnicové počátky obou soustav. Pokud v dalším textu tohoto seriálu bude uvedeno bez dalšího upřesnění, že se dvě vztažné soustavy S a S' pohybují vůči sobě rovnoměrným přímočarým pohybem rychlostí v , potom automaticky předpokládáme předchozí volbu kartézských souřadnic a časových počátků.

Nyní uvažujme určitou bodovou událost U , jejíž souřadnice ve vztažné soustavě S jsou x, y, z a t . Jaké souřadnice má tato událost v soustavě S' ? Užitím vlastností prostoru a času, které předpokládáme v klasické fyzice, jednoduše dostaneme následující transformaci:

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

Tato transformace se nazývá Galileiho transformace.

Galileiho transformace je důsledkem absolutnosti času a prostoru a plně odpovídá naší běžné zkušenosti. Z této transformace plyne, že současnost dvou událostí je v obou vztažných systémech absolutní. Soumístnost dvou událostí je však relativní. (Pokud se nějaké dvě nesoučasné události odehrají v počátku soustavy S' , potom jsou tyto události soumístné v S' , ale nesoumístné v S .) To tedy znamená, že prostor je „méně“ absolutní než čas — absolutní je pouze délka předmětu a nikoliv jeho poloha. To souvisí také s tím, že do transformace prostorových souřadnic vstupuje také čas narozdíl od transformace časové souřadnice, do které prostorové souřadnice nevstupují. Existuje tedy jakási asymetrie mezi prostorem a časem.

Uvažujme hmotný bod o hmotnosti m , který se pohybuje ve vztažné soustavě S se zrychlením \mathbf{a} . Za soustavu S zvolme inerciální systém, který musí podle prvního Newtonova zákona existovat. Podle druhého Newtonova zákona platí: $m\mathbf{a} = \mathbf{F}$. Z Galileiho transformace vidíme, že pro zrychlení \mathbf{a}' tohoto hmotného bodu v soustavě S' platí: $\mathbf{a}' = \mathbf{a}$. V klasické fyzice předpokládáme, že setrvačná hmotnost je absolutní. Vynásobením předchozí rovnice hmotností hmotného bodu dostáváme pohybovou rovnici tohoto bodu v soustavě S' : $m\mathbf{a}' = \mathbf{F}'$, kde $\mathbf{F}' = \mathbf{F}$. Vidíme tedy, že v soustavě S' rovněž platí druhý Newtonův zákon se stejnou silou \mathbf{F} a stejnou setrvačnou hmotností m . Z mechanického hlediska jsou tudíž vztažné systémy S a S' zcela ekvivalentní. To znamená, že na základě mechanických pokusů není možno rozhodnout, která ze soustav S a S' je soustavou inerciální. Tato skutečnost je základem Galileiova principu relativity. Pokud všechny vztažné soustavy, které se vůči inerciálnímu systému z prvního Newtonova zákona pohybují rovnoměrně přímočaře, nazveme inerciálními vztažnými soustavami, potom Galileiův princip relativity říká, že všechny tyto vztažné systémy jsou pro popis mechanických jevů rovnocenné. Pokud tedy existuje alespoň jeden inerciální systém, pak jich existuje nekonečně mnoho. To znamená, že neexistuje privilegovaný inerciální vztažný systém, a tudíž ani absolutní pohyb a klid.

Vztažná soustava, která se vůči inerciálním soustavám pohybuje se zrychlením nebo vůči nim rotuje, nemůže být pro popis mechanických jevů rovnocenná se soustavami inerciálními. Pokud je totiž hmotný bod ve stavu klidu nebo ve stavu rovnoměrného přímočarého pohybu v nějaké inerciální vztažné soustavě (výsledná působící síla je nulová), potom se v dané vztažné soustavě pohybuje se zrychlením. V tomto vztažném systému tedy nemůže platit druhý Newtonův pohybový zákon (nenulové zrychlení při nulové síle). Soustavy, které nejsou inerciální (vůči nějaké inerciální soustavě se nepohybují rovnoměrným přímočarým pohybem), nazýváme neinerciálními soustavami. V neinerciálních vztažných soustavách působí kromě pravých sil (jsou důsledkem interakce s ostatními tělesy) také tzv. zdánlivé síly — jsou důsledkem pohybu vztažné soustavy. Pro zdánlivé síly neplatí princip akce a reakce, neboť jejich původ nespočívá ve vzájemném působení těles. Vyjádření zdánlivých sil pomocí pohybových charakteristik dané vztažné soustavy lze získat z transformačního vztahu pro zrychlení odvozeného z obecné transformace souřadnic

mezi dvěma libovolnými vztažnými systémy. Postup je zcela obdobný jako v případě odvození druhého Newtonova zákona v soustavě pohybující se rovnoměrným přímočarým pohybem vůči inerciálnímu systému z prvního Newtonova zákona. Pomocí zdánlivých sil je tedy možno rozlišit neinerciální soustavu od soustavy inerciální. (Jste-li ve výtahu, potom snadno rozeznáte stav, kdy se výtah rozjíždí nebo brzdí, od stavu, kdy se pohybuje konstantní rychlostí, aniž byste přitom museli pozorovat okolí výtahu.)

Elektromagnetismus a světlo

Klasická mechanika byla vlastně první teorií, která byla schopna dát kvantitativní předpovědi. Ve svých předpovědích byla velmi úspěšnou teorií. Značných úspěchů dosáhla například v astronomii (objasnění Keplerových zákonů, předpověď existence planety Neptun na základě pozorovaných poruch dráhy planety Uran; planeta Neptun byla objevena přesně tam, kde to bylo vypočteno).

Současně s mechanikou se vyvíjely i další obory klasické fyziky. Před objevem elektromagnetické povahy světla bylo známo, že světlo vykazuje vlnové jevy. V té době byla všechna známá vlnění mechanické podstaty — jednalo se o vlnění nějakého pružného prostředí. Byla proto vytvořena hypotéza, že světelné vlny jsou vlnění všudypřítomného pružného prostředí zvaného éter. Éter by tedy mohl hrát roli význačné vztažné soustavy.

V první polovině 19. století bylo učiněno mnoho významných objevů v elektromagnetismu. Jednalo se o jevy ve statických, stacionárních a kvazistacionárních polích. Pozorované jevy byly celkem v souladu s klasickou mechanikou. Ve druhé polovině 19. století zobecnil J. C. Maxwell tehdejší experimentální poznatky do nové teorie, která přinesla mnoho nových myšlenek. Základem této teorie jsou Maxwellovy rovnice, což jsou diferenciální rovnice pro elektrickou intenzitu \mathbf{E} a magnetickou indukci \mathbf{B} umožňující nalézt elektromagnetické pole, pokud máme zadané zdroje — rozložení elektrických nábojů a proudů. Působení na dálku (tělesa interagují „přímo se sebou“; pole je pouze matematickou pomůckou k popisu tohoto působení) uvažované v klasické fyzice bylo nahrazeno působením na blízko — působení na těleso je dáno pouze hodnotou pole v místě tělesa; náboje tedy na sebe působí prostřednictvím elektromagnetického pole. Z Maxwellovy teorie vycházelo, že elektromagnetické pole nese energii, hybnost a moment hybnosti! Je to tedy plnohodnotný fyzikální objekt. Změna pole se podle Maxwellovy teorie šíří konečnou rychlostí (ve vakuu je to rychlost světla). To tedy znamená, že elektromagnetická interakce se šíří konečnou rychlostí, a proto nemůže platit princip akce a reakce — může platit pouze lokálně. Dalším velkým objevem této teorie byl objev elektromagnetické povahy světla — světlo je vlnění elektromagnetického pole. Všechny tyto pozoruhodné předpovědi byly postupně experimentálně ověřeny. Maxwellovy rovnice však nejsou invariantní vůči Galileiově transformaci (při transformaci změny tvar). To tedy znamená, že existuje význačná vztažná soustava pro popis elektromagnetických jevů (je totožná s éterem).

V druhé polovině 19. století byla snaha prokázat existenci této vztažné soustavy. Měřila se rychlost světla v různých směrech (Země se vůči této soustavě jistě pohybuje). Výsledky měření však byly vždy negativní — světlo se vždy šířilo ve všech směrech konstantní rychlostí plynoucí z Maxwellových rovnic.

Úloha I. S ... éter

a) Podle klasické fyziky neexistuje omezení na rychlost objektů. Uvažujte světelný zdroj pohybující se rovnoměrným přímočarým pohybem rychlostí v vůči éteru (světlo se vůči éteru pohybuje rychlostí c). Jak závisí prostorový úhel, do kterého zdroj vyzařuje, na jeho rychlosti?

b) Zamyslete se nad „nepříjemnými“ důsledky existence éteru.

Naše adresa:

FYKOS
Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta
<http://fykos.mff.cuni.cz>

Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8
fykos@mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář, který je zastřešen Oddělením pro vnějších vztahy a propagaci MFF UK, je organizován studenty MFF UK za podpory Ústavu teoretické fyziky MFF UK a jeho zaměstnanců a Jednoty českých matematiků a fyziků.