

15. ročník, úloha I. 3 ... žárovka (4 body; průměr ?; řešilo 65 studentů)

Máme žárovku, která svítí na výkonu 100 W. Chceme vyrobit žárovku pro výkon 60 W a použít přitom stejný materiál vlákna. Chceme, aby obě žárovky svítily „stejně“ (měly stejnou spektrální vyzářovací charakteristiku). Jaké rozměry musí mít vlákno v 60 W žárovce vzhledem k tomu ve 100 W? *Úloha od bývalého šéfa Fykosu Jirky Franty.*

Nejdříve ke značení. Všechny veličiny, které se budou vztahovat k 100 W žárovce budeme značit indexem 1 a všechny k 60 W žárovce 2. Aby se nezměnila vyzářovací charakteristika žárovky, je nutné, aby teploty vláken v obou žárovkách byly stejné ($T_1 = T_2$). Rozměry vlákna žárovky budeme charakterizovat poloměrem r a délkou l .

Vyzářovací výkon vlákna žárovky lze popsat vztahem $P = S \cdot f(T)$, kde f je pro obě vlákna stejná funkce teploty. Pro poměr vyzářených výkonů dostáváme

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2\pi r_1 l_1 f(T_1)}{2\pi r_2 l_2 f(T_2)} = \frac{r_1 l_1}{r_2 l_2}. \quad (1)$$

Odpor vlákna žárovky můžeme vyjádřit jako

$$R = \frac{\varrho(T)l}{\pi r^2},$$

kde $\varrho(T)$ je měrná vodivost, která obecně závisí na teplotě, ale protože $T_1 = T_2$, bude v obou žárovkách stejná. Výkon elektrického proudu vyjádříme jako $P = U^2/R$. Opět porovnáme poměry výkonů,

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{U^2 \pi r_1^2}{\varrho l_1}}{\frac{U^2 \pi r_2^2}{\varrho l_2}} = \frac{r_1^2 l_2}{r_2^2 l_1}. \quad (2)$$

Nyní z rovnic (1) a (2) dostaneme

$$\frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

Žárovky o výkonu 60 W musí mít oproti žárovce o výkonu 100 W vlákno zhruba 0,84 krát kratší a 0,71 krát tenčí.