

**15. ročník, úloha IV. P ... proč máme Měsíc?** (3 body; průměr ?; řešilo 42 studentů)

Bod, ve kterém má gravitační síla Země a Slunce stejnou velikost, je  $k$  Zemi blíže, než obíhá Měsíc. Proč tedy Měsíc neobíhá kolem Slunce nezávisle na Zemi?

Ověřme nejdříve, že skutečně Slunce působí na Měsíc větší gravitační silou než Země. Zavedme číslo  $\varphi$  jako poměr gravitačních sil Slunce a Země

$$\varphi = F_{\odot} : F_Z = \frac{\varkappa M_{\odot}}{a^2} : \frac{\varkappa M_Z}{r^2} \approx 2,2, \quad (1)$$

kde  $M_{\odot}, M_Z$  jsou hmotnosti Slunce a Země,  $a$  je vzdálenost Země od Slunce a  $r$  vzdálenost Měsíce od Země.

Vzdálenost Měsíce od Země se mění mezi 365 000 km a 405 000 km. Dosazením do rovnice (1) dostaneme, že  $\varphi \approx 2,1-2,3$ . Vidíme tedy, že na Měsíc působí Slunce pořád větší silou než Země.

Na jednu věc jsme ale zapoměli. Výpočet (1) popisuje situaci, kdy Země a Slunce stojí a Měsíc se nachází někde mezi nimi. To by pak Měsíc spadl na Slunce. Jenže Měsíc, stejně jako Země, obíhá kolem Slunce. V soustavě spojené se Sluncí a Zemí působí na obě tělesa (Země a Měsíc) další síla – odstředivá. Zavedme poměr  $k$  velikostí výslednice odstředivé a gravitační síly Slunce ke gravitační síle Země. V případě, že Měsíc bude od Slunce stejně daleko jako Země, bude  $k$  nulové. Největší bude tehdy, když bude Měsíc mezi Zemí a Sluncem (promyslete si, proč). Tehdy bude pro  $k$  platit

$$k = \frac{F_{\odot, \text{gr}} - F_{\odot, \text{od}}}{F_Z} = \frac{\frac{\varkappa M_{\odot}}{(a-r)^2} - \omega^2(a-r)}{\frac{\varkappa M_Z}{r^2}}, \quad (2)$$

kde  $\omega$  je rovno úhlové rychlosti oběhu Země kolem Slunce (Země obíhá kolem Slunce rychlostí asi  $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $\omega = 30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ). Jestliže teď dosadíme do rovnice (2), dostaneme  $k \ll 1$ . To znamená, že Země „přitahuje“ Měsíc mnohem více než Slunce. V případě, že si  $k$  položíme rovno jedné, nalezneme přibližně hranici, uvnitř které bude obíhat těleso kolem Země, vně už jenom kolem Slunce. Pak tedy platí

$$\frac{\varkappa M_{\odot}}{(a-R)^2} - \omega^2(a-R) = \frac{\varkappa M_Z}{r^2}.$$

Tato rovnice je třetího stupně, nebudeme uvádět její přesné řešení, pouze výsledek. Pro hodnoty  $a = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$ ,  $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ,  $M_Z = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  a  $r = 384\,000 \text{ km}$  vyjde  $R \approx 1,5 \cdot 10^6 \text{ km}$ .