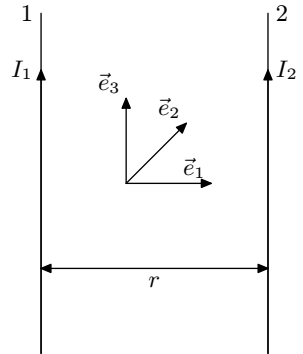


15. ročník, úloha VI. S ... dva dráty (6 bodů; průměr ?; řešilo 5 studentů)

Mějme dva přímé rovnoběžné nekonečně dlouhé kovové vodiče zanedbatelného kruhového průřezu, které jsou od sebe ve vzdálenosti r . Směr jednotkového vektoru \mathbf{e}_3 zvolme tak, aby byl rovnoběžný s vodiči. Jednotkový vektor, který leží v rovině určené vodiči, je kolmý na \mathbf{e}_3 a má směr z prvního vodiče k druhému, označme \mathbf{e}_1 . Jako vektor \mathbf{e}_2 označujeme vektorový součin $\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1$. Vektory \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 a \mathbf{e}_3 pak definují pravotočivý souřadný systém. Vodiči protékají elektrické proudy I_1 a I_2 . Velikost proudů je kladná, pokud mají směr \mathbf{e}_3 (viz obr. 1). Pomocí transformačních vztahů pro elektrické a magnetické pole ukažte, že první vodič působí na úsek délky l druhého vodiče silou

$$\mathbf{F}_l = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{r} \mathbf{e}_1.$$



Obr. 1

K řešení této úlohy užití následující poznámky. Kovy jsou tvořeny krystalovou mřížkou kladně nabitých iontů, mezi nimiž se pohybují volné elektrony. (Toto je velmi zjednodušený model struktury kovů. Nicméně pro náš problém je postačující.) Pokud ke kovu přiložíme vnější elektrické pole, potom se volné elektrony začnou pohybovat proti směru elektrické intenzity. Tím v kovu vzniká elektrický proud. Rychlost uspořádaného pohybu elektronů je při běžných hodnotách proudu velmi malá, méně než metr za sekundu.

Elektrostatické pole homogenně nabitě přímky s délkovou hustotou náboje λ je ve vzdálenosti r od zdroje popsáno elektrickou intenzitou o velikosti $E = \lambda / (2\pi\epsilon_0 r)$. Vektor elektrické intenzity vždy leží v rovině kolmé na přímkový zdroj a jeho směr udává přímka procházející zdrojem a bodem, ve kterém nás zajímá hodnota elektrického pole. Vektor elektrické intenzity směřuje od zdroje, je-li zdroj nabit kladně. Tento výsledek lze získat sečtením (integrací) příspěvků od jednotlivých elementů přímkového zdroje. Příspěvek elementu zdroje je dán Coulombovým zákonem. Další možností je v tomto případě užití Gaussovy věty, neboť směr elektrické intenzity plyne ze symetrie.

Z Maxwellových rovnic plyne pro rychlost světla ve vakuu vztah $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$. O platnosti tohoto vzorce se lze snadno přesvědčit dosazením tabulkových hodnot příslušných fyzikálních konstant.

Celkový náboj kladných iontů v prvním vodiči na jednotkové délce označme λ_1 . Protože je vodič neutrální, je celkový náboj volných elektronů na jednotce délky vodiče roven $-\lambda_1$. Délková nábojová hustota kladných iontů ve druhém vodiči nechť je λ_2 . Rychlosti uspořádaného pohybu volných elektronů v prvním a druhém vodiči označme v_1 a v_2 . Tyto rychlosti jsou kladné, pokud mají směr vektoru \mathbf{e}_3 . Pro proudy ve vodičích tedy platí vztahy

$$I_1 = -\lambda_1 v_1, \quad I_2 = -\lambda_2 v_2.$$

Kladné ionty prvního vodiče vytvářejí v místě druhého vodiče pouze elektrické pole

$$\mathbf{E}_i = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{B}_i = 0.$$

Podobné pole vytvářejí ve své klidové soustavě i pohybující se volné elektrony prvního vodiče

$$\mathbf{E}'_e = -\frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{B}'_e = 0.$$

Pole, které vytvářejí pohybující se elektrony prvního vodiče v místě druhého vodiče, je v naší soustavě (soustava spojená s vodiči – s jejich krystalovou mřížkou) dáno transformací elektrického a magnetického pole z klidové soustavy elektronů do naší soustavy

$$\mathbf{E}_e = -\frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{B}_e = \frac{v_1 \mathbf{e}_3 \times \mathbf{E}'_e}{c^2} = -\frac{\lambda_1 v_1}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \mathbf{e}_2.$$

Výsledné pole v místě druhého vodiče získáme sečtením příspěvků od kladných iontů a od volných elektronů

$$\mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{B} = \frac{I_1}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \mathbf{e}_2.$$

První vodič tedy působí na druhý pouze magnetickým polem. To znamená, že působí pouze na volné elektrony v druhém vodiči. Pro výslednou sílu působící na úsek délky l druhého vodiče tak platí

$$\mathbf{F}_l = -\lambda_2 l v_2 \mathbf{e}_3 \times \mathbf{B} = \frac{I_1 I_2 l}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_2 = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{r} \mathbf{e}_1.$$

Zcela obdobným postupem bychom dostali, že druhý vodič působí na úsek délky l prvního vodiče silou

$$\mathbf{F}_l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{r} \mathbf{e}_1.$$

Vidíme tedy, že je splněn zákon akce a reakce. To nás ale nepřekvapuje, neboť se jedná o stacionární situaci.

Pomocí právě odvozeného vztahu je definována základní elektromagnetická jednotka – jeden ampér. Ampér je stálý elektrický proud, který při průchodu dvěma přímými rovnoběžnými nekonečně dlouhými vodiči zanedbatelného kruhového průřezu umístěnými ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti jeden metr vyvolá mezi nimi stálou sílu $2 \cdot 10^{-7}$ newtonu na jeden metr délky vodiče.