

16. ročník, úloha V. 2 ... Apollo (4 body; průměr 2,92; řešilo 13 studentů)

Odhadněte, za jak dlouho se Apollo dostane na orbitu Měsíce, neplytvá-li zbytečně palivem. Nezapomeňte uvést, jaké zjednodušující předpoklady jste při výpočtu provedli.

Když zanedbáme přitažlivou sílu Měsíce, tak se raketa bude pohybovat po orbitě. Teď ještě musíme uvážit, jakou orbitu vybereme, aby raketa přiletěla na Měsíc s co nejmenší rychlostí vůči němu. To znamená, že směr rychlosti bude ve vzdálenosti Měsíce R_M kolmý ke svému průvodiči, tedy orbita tam bude mít apogeum. Perigeum orbity bude určitě u Země. Z polohy orbity už jsme schopni lehce určit čas podle třetího Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{R_M^3}{T_M^2},$$

kde a je poloosa orbity rakety, T je doba obletu rakety (dvojnásobek doby doletu), R_M je vzdálenost Země od Měsíce a T_M jeho oběžná doba. Když uvažujeme $a = R_M/2$ (rozměry Země a Měsíce v našem přiblížení můžeme zanedbat), dostaneme pro dobu oběhu

$$T = T_M \left(\frac{a}{R_M} \right)^{3/2} = T_M \left(\frac{1}{2} \right)^{3/2}.$$

Po dosazení $T_M = 27$ dní dostaneme pro dobu oběhu

$$\frac{T}{2} = 4,8 \text{ dne.}$$

Kdybychom chtěli spočítat přesnější čas, tak bychom mohli uvažovat bod, ve kterém se vyrovnají síly, tzv. Lagrangeův bod, a uvažovali zemskou orbitu do tohoto bodu a měsíční orbitu z tohoto bodu. Toto řešení je trochu komplikovanější, ale zlepší náš výsledek ve druhém řádu. Největší obtíž je spočítání polohy toho bodu, což se dá jedinečně numericky.

Miro Kladiwa
fykos@mff.cuni.cz