17. ročník, úloha II . S ... *elektrostatika* *(5 bodů; průměr 4,21; řešilo 29 studentů)*

a) Spočtěte intenzitu elektrického pole v okolí dlouhého rovnoměrně nabitého drátu.
b) Dokažte, že rovnoměrně nabitou kouli lze nahradit bodovým nábojem v jejím středu. Lze tento výsledek aplikovat i na gravitační pole (vysvětlete proč ano, resp. proč ne)?

Vymyslel autor seriálu Honza Houštěk

a) Za Gaussovu plochu si zvolíme válec, jehož osu tvoří drát. Protože je drát velmi dlouhý, můžeme jevy na jeho okrajích zanedbat. Ze symetrie vidíme, že velikost intenzity elektrického pole je ve všech bodech pláště tohoto válce stejná. Podle Gaussovy věty můžeme psát

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Protože velikost E je na této ploše konstantní a vektor $\boldsymbol{E}$ je všude kolmý na plochu,

$$\begin{aligned} ES &= \frac{Q}{\varepsilon_0}, \\ E \cdot 2\pi r l &= \frac{Q}{\varepsilon_0}, \\ E &= \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, \end{aligned}$$

kde τ je délková hustota náboje.

b) V tomto případě bude Gaussovou plochou soustředná kulová sféra o poloměru r. Díky symetrii obdobně jako v prvním případě platí

$$\begin{aligned} ES &= \frac{Q}{\varepsilon_0}, \\ E \cdot 4\pi r^2 &= \frac{Q}{\varepsilon_0}, \\ E &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \end{aligned}$$

Ke stejnému výsledku se dostaneme též použitím Gaussovy věty pro bodový náboj nebo použitím Coulombova zákona. Gravitační pole tenké kulové slupky lze obdobným způsobem nahradit gravitačním polem hmotného bodu, protože Newtonův gravitační a Coulombův zákon elektrostatiky mají stejný tvar. Gaussova věta pro gravitační pole vypadá

$$\oint \boldsymbol{K} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 4\pi\varkappa M.$$

Pokud má koule hustotu rozloženou symetricky podle středu, můžeme ji složit z kulových slupek. Tento výsledek však můžeme na gravitační pole aplikovat pouze pro $r > R$, uvnitř homogenní koule klesá intenzita lineárně.

Jirka Lipovský
jirka@fykos.mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.