

19. ročník, úloha III. P ... udýchaný běžec na ledě (4 body; průměr 1,51; řešilo 49 studentů)

Jedno pozdní zimní odpoledne se šel Matouš proběhnout na zamrzlý broumovský rybník. Matouš chvilku běžel, ale po pár metrech už nemohl a zastavil se. V zápětí se však pod ním led prolomil a Matouš zahučel pod vodu. Vysvětlete, proč se při běhu pod Matoušem led neprolomil a po zastavení ano? Úloha ze sbírky Dr. Kapicy.

Nejdříve si vyslechněme rozmluvu našich starých známých.

Pták Fykosák: Slyšel jsi, že je nejlepší po ledě běžet a ne na něm jen tak stát?

Student Pilný: A to proč?

P: Mně to neprozradili. Mám ale takovouto teorii. Když na ledě stojíš, uděluješ danému místu ledu větší impuls síly, než když po něm jen tak proběhneš. A to i přesto, že při běhu na led určitě působíš větší silou než při běhu. A když ledu udělíš větší impuls síly, než je mezní impuls síly, pak se led prolomí.

S: Počkej, to je ale divné. Představ si to takto. Na led položíš také závaží, aby zdaleka nedosahovalo hodnotu síly, při které se led běžně prolomí, a čekáš. A za dostatečně dlouhý čas, když závaží udělí ledu potřebný impuls, se led prolomí.

P: Přesně to jsem říkal.

S: Ale přesně to je na tom divné. To by znamenalo, že je jedno, jak velkou silou působíš, že led reaguje na zatížení různou silou stále stejně, v podstatě lineárně a to není reálné.

P: A čím bys to vysvětlil ty?

S: No, je to něco podobného. Ukazuje se, že většina látek dokáže krátce odolat mnohem většímu zatížení, než je to při dlouhodobém zatížení. Říkáme, že dynamické mezní zatížení je větší než statické zatížení. A ještě bys neměl zapomenout, že se pod ledem nachází voda. Je například určitě velký rozdíl, když položíš ledovou desku na zem a když ji jen upevníš v nějakých bodech a potom ji namáháš. V prvním případě (to víš ze zkušenosti) vydrží větší zatížení.

P: To mám tedy podle tebe skákat na ledě, když se nechci utopit?

S: Určitě bych to nenazval skákáním. A kdybys skákal stále na stejném místě, tak se určitě proboříš, protože led sice můžeš jednorázově zatížit větší silou, ale ne víckrát. Takže nejlepší je skákat vždy na nové místo, tedy běžet. Ale i to určitě s mírou. Led také vydrží jen určité namáhání. Proto by bylo nejideálnější běžet co neopatrněji. No, a co se týká tebe, nejlepší je lézat.

Teď se na věc podíváme trochu blíže. Při běhu se od ledu odrážíme a následně na něj dopadáme, přičemž naše těžiště určitě nezůstane ve stejné výšce nad ledem. To ale znamená, že led je namáháný znatelně víc, a přece to vydrží. Čím to tedy může být?

Co víme o ledě? V první řadě je ideální led¹ krystalická a takzvaná křehká látka. Z toho zjišťujeme, že se může v různých směrech chovat při zatížení velmi odlišně. Pro křehké látky je charakteristické, že se v porovnání s kovy deformují méně a prakticky výlučně plasticky. Znamená to tedy, že se led na rybníku deformuje zanedbatelně? Je si třeba uvědomit, že struktura ledu na rybníku bude mít asi daleko do ideálního ledového bloku. Led bude mít spíše vrstvitou strukturu. To samozřejmě způsobuje, že takovýto led je „ohebnější“ než ideální led.

¹) ideální led ve smyslu krystalické mřížky s různými poruchami, tedy v makroskopickém měřítku homogenní

Dále i samotný ideální led má jistou zvláštnost. Pokud bychom chtěli určit mezní napětí, mohli bychom použít stejné postupy jako u železu podobných látek. Jenže porovnání se skutečností ukazuje, že se takovéto úvahy od skutečnosti odlišují i více než stonásobně. Kde je tedy skrytý problém? Problém spočívá v tom, že v každé látce se vyskytují různé defekty a ty hrají pro křehké látky podstatnou roli. Pro mikrorys (vzpomínaný defekt) určité délky c v objemu, kde se nachází jen on a na který působí napětí způsobené zatížením (těchto zjednodušení se asi ve fyzice už nezbavíme), je možné odvodit následující vztah

$$\sigma > \sqrt{\frac{8E\gamma}{\pi c}}.$$

Ten mluví o tom, že při napětí σ větším, než je výraz napravo, dojde k náhlému prolomení materiálu (do té doby dochází k malým, ale plastickým deformacím), přičemž E a γ jsou materiálové konstanty (samozřejmě v určitém přiblížení). Že nevěříte? Zkuste to ověřit experimentem. Ukazuje se totiž, že tento vztah odpovídá realitě velmi dobře. Při dynamickém zatížení se začnou na ledě zvětšovat rysy a v podstatě klesá maximální možné zatížení. Když přestaneme zatěžovat materiál ve správném momentě, nepraskne. Proto musíme jednoduše ve správný moment odskočit.

Druhým podstatným faktorem je voda pod ledem. Představme si, že stojíme na nějakém kousku ledu. Protože jsme těžcí, led se potápí a my za chvíli získáme nepříjemnou zkušenost s ledovou vodou. Když však na takovýto kousek ledu doskočíme a okamžitě odskočíme, nemusíme se potopit. Čím to je? Led si pokojně plave na hladině. Doskočíme na něj, působíme na něj naší tíhou a okamžitá rychlost, se kterou se led potápí, je velká (kousek ledu je malý), proto i odporová síla bude velká. Proto pokud nebudeme příliš těžcí, můžeme stihnout odskočit. V případě ledu na rybníku se jedná o něco velmi podobného. Rozdíl je v tom, že tentokrát se nejedná jen o nějaký kus ledu, ale o součást ledu na rybníce. Odsud plyne, že celková síla (resp. napětí v daném bodě) je o něco menší než síla plynoucí jen z toho, jak běžíme (hlavně jak se pohybuje těžiště). Odsud dokonce plyne, že za určitých okolností může být dokonce celkové zatížení ledu po dobu dopadu menší, než při obyčejném stání! Takže se oba vlivy velmi vhodně doplňují. Pokud se chcete dozvědět více, mám pro vás zajímavý odkaz <http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat>.

Bodování bylo čistě subjektivní, snažil jsem se ale obodovat každou rozumnou fyzikální úvahu. Ale pokud se i přesto někomu zdá, že jsem ho obral o bodíky, ať se ozve.

Peter Zalom
peter@fykos.mff.cuni.cz