

19. ročník, úloha V. 2 ... Pet u okna (3 body; průměr 2,81; řešilo 27 studentů)

U okna ve vytopeném pokojíku stojí uzavřená prázdná PET láhev. Za oknem mrzne, až praští. Ráno maminka otevřela okno, aby místnost důkladně vyvětrala, jenže při vaření oběda na to zcela zapoměla, a v pokojíku tak klesla teplota pod bod mrazu. Určete relativní změnu objemu δV láhve, která stojí na okně.

Výsledná změna objemu závisí na vlastnostech láhve, které nebyly uvedeny v zadání, především na její tuhosti. Jednoduše můžeme vypočítat dva extrémní případy, tedy pokud je láhev dokonale tuhá, případně dokonale pružná.

V prvním případě bude láhev odolávat jakémukoli tlaku okolního vzduchu, a výsledný objem je tedy určen pouze koeficientem objemové roztažnosti β materiálu, ze kterého je láhev vyrobená, podle vzorce

$$V_2 = V_1(1 + \beta\Delta T) \quad \Rightarrow \quad \delta V = \frac{\Delta V}{V_1} = \beta\Delta T,$$

kde $\Delta T = T_2 - T_1$ je rozdíl koncové a počáteční teploty.

V druhém případě jsou rozhodující vlastnosti plynu uzavřeného v láhvi. Jelikož vzduch můžeme považovat za ideální plyn, platí pro něj stavová rovnice plynu

$$pV = nRT.$$

Láhev bude v průběhu ochlazování zmenšovat svůj objem natolik, aby byl stále tlak uzavřeného plynu vyrovnán s atmosférickým tlakem. Jedná se tedy o izobarický děj, pro který platí Gay-Lussacův zákon. Ten lze lehce odvodit ze stavové rovnice, pokud položíme n , R a p rovno konstantě; získáme vztah

$$\frac{V}{T} = \text{konst},$$

který platí po celou dobu děje. Z toho již vyjádříme hledaný výsledný objem

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad \delta V = \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Ve skutečnosti má samozřejmě láhev určitou tuhost, bude tedy jistou dobu odolávat vnějšímu tlaku a pak skokem změní svůj objem (známé praskání při náhlé deformaci stěny láhve). Změna tvaru láhve je tedy obecně děj velmi složitý, prakticky nepopsatelný.

Petra Suková

pet@fykos.mff.cuni.cz