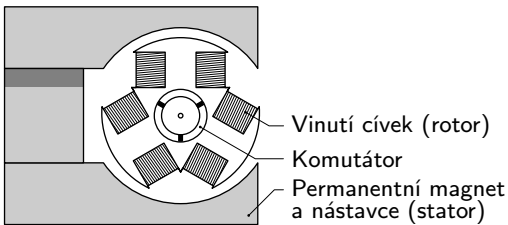


### 19. ročník, úloha VI.3 ... roztáčíme elektromotor (5 bodů; průměr 2,38; řešilo 13 studentů)

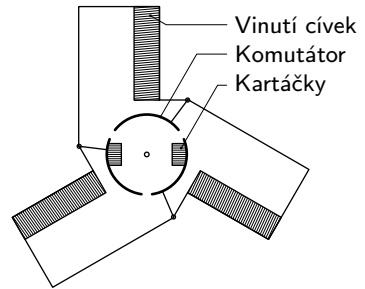
Na hřídeli elektromotoru je navinuta nit, na konci které je zavěšeno závaží o hmotnosti  $m$ . Pokud motor připojíme na ideální zdroj napětí  $U$ , závaží pojede vzhůru rychlostí  $v_1$ . Jakou rychlostí bude závaží klesat, pokud zdroj odpojíme a vstup elektromotoru zkratujeme? Mechanické tření neuvažujte.

*Našel Matouš Ringel v sovětské sbírce.*

Jaký elektromotor máme vlastně uvažovat? Běžné motory na střídavý proud fungují tak, že jejich rotor se snaží otáčet spolu s točivým magnetickým polem uvnitř válce motoru. Úhlová frekvence tohoto pole je stejná jako frekvence napětí, tedy střídavé motory mají většinou konstantní otáčky 3000 ot/min nebo nějaký jejich celočíselný násobek a do zadání tohoto příkladu se moc nehodí. Naproti tomu elektromotory na stejnosměrný proud mají proměnné otáčky (podle zatížení), a jsou tedy ideální pro naši úlohu.



Obr. 1. Schéma elektromotoru



Obr. 2. Schéma zapojení vinutí cívek a komutátoru

Ten nejobyčejnější stejnosměrný elektromotor (viz obr. 1), jaký možná znáte z rozebraných pohyblivých hraček na baterky a který budeme uvažovat, je složen ze statoru (dva opačné póly magnetu na obvodu), rotoru (osa s třemi navinutými cívkami, kterými teče proud) a komutátoru (ten přepne kontakty cívek ve správný čas tak, aby se rotor nezastavil v rovnovážné poloze, ale stále se otáčel).

Na čem závisí točivý moment (moment síly, kterým jej můžeme zatížit) takového elektromotoru? Víme, že Lorentzova síla působící na malý kousek proudovodiče v cívce na rotoru v magnetickém poli je úměrná velikosti proudu. Vektorový součet všech sil působících na cívkou (a tedy na celý rotor) je sice nulový, neboť rotor zůstává v pouzdře. Výsledný moment těchto sil je však nenulový, a protože je úměrný silám, je také úměrný proudu. Točivý moment  $D$  elektromotoru je tedy úměrný protékajícímu proudu a závisí jedině na něm  $D = \text{konst} \cdot I$ .

Podívejme se teď na naši úlohu. Na hřídeli elektromotoru máme navinutou nit, na ní je zavěšeno těleso, na které působí tíhová síla  $F_G = mg$ . Teď připojíme stejnosměrné napětí  $U$ . Pokud je napětí dosti velké a moment magnetické síly otáčející rotorem bude větší než moment tíhové síly  $F_G$ , rotor se začne otáčet, nit se bude navíjet a závaží bude zrychlovat směrem nahoru. Jeho rychlost bude ale shora omezená – při otáčení rotoru bude vznikat v jeho cívce indukované napětí, které podle Lenzova zákona snižuje proud v cívce rotoru, a tedy i moment síly, který na něj působí. Toto napětí roste s rychlostí otáčení rotoru. Rychlost závaží se tedy po chvíli ustálí na nějaké konečné hodnotě  $v_1$ , kdy je všechna energie dodávaná zdrojem do elektromotoru přeměňována na polohovou energii závaží a na teplo v elektromotoru. Magnetické pole je nasycené, jeho energie neroste. Pokud proud tekoucí obvodem označíme  $I$  a vnitřní

odpor elektromotoru  $R$ , můžeme napsat

$$UI = RI^2 + mgv_1.$$

Jak je to v druhém případě, kdy zdroj odpojíme, ale obvod necháme uzavřený? Teď místo zdroje napětí pracuje tíhová síla, která táhne závaží dolů. Tělísko zrychluje, ale v cívce opět vzniká napětí a proud v obvodu s odporem  $R$  ztrácí energii a přeměňuje ji na teplo, takže pohyb se opět ustálí na nějaké koncové rychlosti  $v_2$ , při které je energie získávaná pádem přeměňována na teplo

$$mgv_2 = RI^2.$$

Proč je proud stejný jako v prvním případě? Všimněte si, že síla velikosti  $mg$ , kterou působí elektromotor na závaží, je v obou případech stejná a nezávisí na velikosti rychlosti nebo na směru pohybu. To znamená, že i moment síly, kterým působí elektromotor na závaží, je stejný, a protože ten je jednoznačnou funkcí proudu tekoucího cívkou, i proudy jsou v obou případech stejné. Vyloučením  $I$  z rovnic obdržíme

$$v_2 = \frac{U^2}{mgR} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4mgR}{U^2} v_1} \right) - v_1.$$

Dostali jsme velmi podivný výsledek, totiž dvě možné velikosti rychlosti  $v_2$ . Skutečná rychlost, kterou se bude závaží pohybovat, je dána počátečními podmínkami (např. jakou rychlost na začátku udělíme závaží).

*Ján Lalinský*

[jano@fykos.mff.cuni.cz](mailto:jano@fykos.mff.cuni.cz)