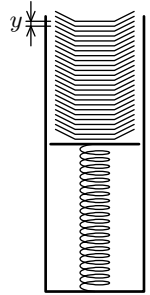


20. ročník, úloha III.1 ... obložený létající talíř (4 body; průměr 3,37; řešilo 27 studentů)

Na zámořském parníku připravuje pro posádku jídlo kuchař Thomas. Na podávání talířů má šikovní zařízení. Pružinový držák udržuje vrchní talíř pořád ve stejné výšce. Vzdálenost mezi talíři je 1 cm. A protože je moře bouřlivé, sloupec 25 talířů pěkně kmitá. Jaká je frekvence těch kmitů? Úloha je nápad Jana Hradila.

Úvodem popišme, jak celé složité zařízení vypadá. Jde o pružinový oscilátor, na jehož horním konci jsou umístěny talíře. Jestliže je loď v klidu a nehoupe se, celý tento mechanismus má za úkol udržovat nejsvrchnější talíř stále ve stejné výši bez ohledu na celkový počet talířů. Je zřejmé, že pružina musí být dostatečně dlouhá, aby byla schopna i poslední (nejspodnější) talíř vyzvednout do patřičné výšky.

Z předchozího odstavce snadno usoudíme, že odebráním jednoho talíře se pružina roztáhne právě o jeho výšku y . Přitom síla, která pružinu stlačovala, se zmenší o tíhovou sílu působící na talíř, tedy mg . Dále označme tuhost pružiny písmenem k . Potom rovnice rovnováhy této dílčí tíhové síly a síly pružnosti má tvar $mg = ky$, odkud snadno vyjádříme tuhost pružiny $k = mg/y$.



Obr. 1.
Zařízení na podávání talířů.

Úhlová frekvence vlastních kmitů pružinového oscilátoru je dána vztahem

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{Nm}},$$

kde N je počet talířů a součin Nm jejich celková hmotnost. Po dosazení a drobné úpravě již snadno zjistíme, že

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{Ny}},$$

odkud je patrné, že výsledek není na hmotnosti talířů vůbec závislý. Frekvence kmitů následně vychází

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{Ny}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,81}{25 \cdot 0,01}} \text{ Hz} \approx 1,0 \text{ Hz}.$$

Pokud si navíc povšimneme, že $\sqrt{g/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})} \approx \pi$, můžeme celý výsledek pro zadané hodnoty určit z hlavy.

Jestliže nyní vypluje loď i s kuchařem Thomasem na širé moře, bude sloupec pětadvaceti talířů kmitat s vlastní frekvencí 1 Hz. V úloze totiž nešlo o to, aby zmíněné zařízení vyrovnávalo houpání lodi, které jsme proto mohli z našich úvah vypustit.

Tomáš Jirotka
byrot@fykos.mff.cuni.cz