

**20. ročník, úloha V.4 ... exhumace dárečku od Buffala** (4 body; průměr 3,05; řešilo 22 studentů)

Buffalo Bill se už roky snaží polapit Jessieho Jamese, známého banditu. V městečku Clay County mu konečně přišel na stopu. Strhla se přestřelka. Buffalo si všiml sudu plného petroleje na vozíku mezi sebou a Jessiem. „Jak dostat sud k Jessiemu, abych ho mohl zapálit,“ rozmýšlí Bill.

Jessie prostřelil sud v  $9/10$  výšky a ze sudu začal stříkat petrolej. Buffalo se trefil přesně do poloviny sudu a střílí znovu. Vyřešte, s jakým počátečním zrychlením se bude pohybovat vozíček v závislosti na tom, kam se Bill trefí podruhé. Předpokládejte, že hybnost kulky je nulová, a tření zanedbejte.

Do jaké výšky by se musel Buffalo trefit, aby petrolej stříkal nejdále?

*Znovu zadaná úloha V.1 z 18. ročníku. Přílepek od Honzy Hradila.*

Nejdříve se zamysleme nad tím, co se děje, když sud zasáhne jedna střela. Ze sudu o hmotnosti  $M$  začne vytékat petrolej o hustotě  $\rho$  díky působení hydrostatické síly  $F = Sh\rho g$ , kde  $h$  je výška petroleje nad otvorem a  $S$  je plocha otvoru, který vytvoří střela v sudu. Hydrostatická síla petroleje působí také na stěny sudu, výslednice sil působících na opačných stranách sudu je nulová (mají stejnou velikost a opačný směr). Celková hydrostatická síla působící na sud však nulová není, protože síla působící na stěnu naproti otvoru po střele se nevykompenzuje s opačnou silou; ta urychluje vystřikující petrolej. Docházíme k závěru, že na sud působí síla o velikosti  $F$ . Snadno tedy určíme zrychlení  $a$  sudu způsobené jednou střelou

$$a = \frac{Sh\rho g}{M}.$$

V naší situaci sečteme zrychlení zapříčiněné vystřikujícím petrolejem z děr po všech třech kulkách (za kladný směr uvažujeme směr k Jessiemu)

$$a = \frac{S\rho g}{M} \left( -\frac{H}{10} + \frac{H}{2} + x \right) = \frac{S\rho g (2H/5 + x)}{M},$$

kde  $H$  je výška sudu a  $x$  je vzdálenost místa, kam se trefí Buffalo podruhé, od horní stěny sudu. Je zřejmé, že se sud bude vždy pohybovat směrem k Jessiemu, neboť  $a > 0$ .

Ještě zbývá vyřešit druhou otázku, do jaké výšky se má Bill trefit, aby petrolej stříkal nejdále. Celý problém je pouze určení maximální délky vodorovného vrhu. Počáteční rychlost  $v_0$  získáme z Bernoulliho rovnice  $v_0 = \sqrt{2gx}$ . Pro délku vodorovného vrhu platí

$$L = v_0 t = \sqrt{2gx} \cdot \sqrt{\frac{2(H-x)}{g}} = \sqrt{4x(H-x)}.$$

Vzdálenost  $L$  bude nabývat maxima pro  $x = H/2$ . Má-li petrolej stříkat nejdále, musí se Buffalo trefit do poloviny výšky sudu.

Pozorný řešitel si jistě všiml, že stejná úloha byla zadána již v 18. ročníku (odtud ta exhumace). Úlohu jsme zadali znovu, protože jsme tehdy udělali chybu v jejím řešení. Částice petroleje sice ze sudu vylétávají rychlostí  $v_0 = \sqrt{2gx}$ , ale ne všechny se pohybují ve směru kolmém na stěnu sudu. Z tohoto důvodu je hybnost vyteklého petroleje menší (poloviční), než jsme tehdy uvedli. Ze stejného důvodu se průřez proudu vystřikujícího petroleje zmenší na polovinu.

Letos úlohu správným způsobem řešili pouze dva řešitelé a zcela správně ji vyřešil *Ján Bogár*. Jen *Helena Paschkeová* upozornila, že se sud ve skutečnosti pohybovat nebude, protože síla, která sud urychluje, nepřekoná statické tření.

*Zdeněk Kučka*

[zdenek@fykos.mff.cuni.cz](mailto:zdenek@fykos.mff.cuni.cz)