

**21. ročník, úloha II. P ... zachraňte bublinu?** (4 body; průměr 2,32; řešilo 22 studentů)

Batyskaf Trieste se ponořil do velké hloubky Mariánského příkopu a vypustil bublinu, která začala stoupat... Když však podle stavové rovnice ideálního plynu vypočítáte hustotu vzduchu v bublině, zjistíte, že je bublina těžší než voda. Je to možné?

Pokud souhlasíte, vysvětlete svoji odpověď. Pokud nesouhlasíte, vypočítejte, jaké budou parametry bubliny (především hustota).  
Úlohu navrhla Lenka Zdeborová.

Vzpomeňme nejprve, čím je charakteristický dobře známý model ideálního plynu. Rovnice popisující jeho stav je odvozená čistě z kinetických vlastností molekul, jež ho tvoří, nutně tedy zanedbává jejich vzájemné ovlivňování. Ale závislost potenciální energie dvou molekul na jejich vzdálenosti lze aproximovat konstantou (nulou) jen pro velké vzdálenosti částic – tj. pro plyn o nízké hustotě, tedy za nízkých tlaků či při energiích molekul podstatně vyšších než příslušná potenciální energie, tedy při velkých teplotách. Druhá idealizace spočívá v představě nulového rozměru částic. Ve skutečné látce existuje mez, za kterou už prostě stlačit nejde (mají-li zůstat zachovány elektronové obaly). Velikost vzájemné interakce charakterizujeme konstantou  $a$  a minimální objem označme  $b$ . Pak můžeme následujícím způsobem vylepšit stavovou rovnici ideálního plynu na tzv. van der Waalsovu rovnici

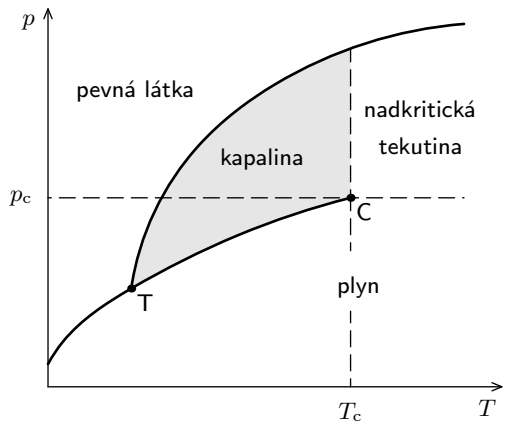
$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT.$$

Pro známé (resp. dohledatelné) hodnoty  $p = h_{\rho_k}g \doteq 1100 \text{ atm}$ ,  $T \approx 4^\circ\text{C}$  (teplota nejhustší vody),  $a = 0,136 \text{ J}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{mol}^{-1}$  a  $b = 3,64 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3\cdot\text{mol}^{-1}$  dostáváme kubickou rovnici pro molární objem  $V_m$ , již lze numericky řešit. Vezmeme-li v úvahu  $\rho = M_m/V_m$ , kde  $M_m$  je molární hmotnost vzduchu ( $29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ), dostaneme

$$\rho \doteq 580 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$

To je docela hodně (přestože méně než cca  $1400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , které dává stavová rovnice pro ideální plyn) a na místě je otázka, nakolik v pořádku je představa o zachování plynosti takto komprimované bubliny. Běžná zkušenost s reálným plynem říká, že při dostatečném tlaku začne kondenzovat na kapalinu<sup>1</sup>.

Na obrázku je znázorněn typický fázový diagram plynu i pro hodně vysoké teploty a tlaky. Je-li teplota vyšší než kritická teplota ( $T_c$ ), plyn při stlačování nikdy neprotne křivku rovnováhy mezi kapalinou a plynem, nikdy tedy nezkondenzuje, pouze se dostaneme do zajímavé oblasti „nadkritické tekutiny“, v níž při žádném tlaku nenastane rovnováha mezi kapalinou a její sytou párou (tj. nevytvoří se nikdy něco jako kapičky, natož pak hladina). V tabulkách se lze dočíst,



Obr. 1. Fázový diagram

<sup>1</sup>) Viz také diskuze k úloze II.E v XIX. ročníku.

že kritická teplota vzduchu je  $T_c = -140,7^\circ\text{C} \ll 4^\circ\text{C}$ . Jsme tedy hluboko v nadkritické oblasti a rovnici lze použít, byť s určitou nepřesností – podle NIST<sup>2</sup> je hustota pro uvedené hodnoty asi  $615\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Lepší shody bychom dosáhli s lepší stavovou rovnicí, ty pak ale vyžadují více informací o popisovaném plynu.

Jak už bylo řečeno výše, od určitých tlaků je plyn takřka nestlačitelný kvůli nenulovému rozměru částic – stane se z něj pevná látka<sup>3</sup>.

A konečně na úplný závěr této dvojdílné úlohy podotkněme, jak někteří z vás připomněli, že při těchto tlacích se bublina ve vodě rozpustí ještě než uplave zlomek potřebné dráhy.

*Jakub Benda*

[jakub@fykos.mff.cuni.cz](mailto:jakub@fykos.mff.cuni.cz)

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

---

<sup>2)</sup> National Institut of Standards and Technology; <http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid>

<sup>3)</sup> Vzpomeňme jádro Jupitera z kovového vodíku podle A. C. Clarka. Jaký tlak je potřeba k tomuto „zmrazení“ vzduchové bubliny, se mi bohužel zjistit nepodařilo, ale dá se očekávat, že bude vyšší než ten na dně moře; např. pro oxid uhličitý se jedná cca o tři tisíce atmosfér.