Milí přátelé!

Vítáme vás v XXIII. ročníku Fyzikálního korespondenčního semináře Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy. Všechny informace o semináři naleznete v přiloženém letáku. Zde shrneme jen to nejdůležitější.

S první sérií nám prosím pošlete na zvláštním papíru vaše jméno a příjmení, adresu pro korespondenci, e-mail, školu, třídu a rok maturity. Řešení každé úlohy pište na *zvláštní* papír formátu A4 a *všechny* papíry podepište. Není třeba posílat všechny úlohy, řešitelé, kteří zvládnou vše, jsou výjimkou. Od loňského roku navíc disponujeme aplikací pro přímé odevzdávání úloh přes internet.

Rovněž bychom Vás chtěli upozornit na letošní *seriál na pokračování*, který se bude věnovat optickým jevům, a jehož text najdete hned za zadáním první série úloh. Na konci každé kapitoly seriálu pak naleznete lehké úlohy na procvičení vyložené látky, za jejichž řešení budete bohatě bodově odměněni!

Také budeme rádi, když naše zadání ukážete i kamarádům ve škole nebo na nějakém fyzikálním soustředění, kam určitě přes prázdniny pojedete.

Další informace najdete také na `http://fykos.mff.cuni.cz`. Přejeme vám spoustu příjemných chvil strávených s naším seminářem. Na vaše řešení úloh první série se těší

organizátoři

Zadání I. série

Termín odeslání: 12. října 2009

Úloha I . 1 ... *skrolování v metru*

Informační systém v pražském metru má jednu zajímavou vlastnost. Při skrolování textu směrem doleva se písmo *nakloní*. Jak je možno jednoduchým způsobem „hardwarově“ docílit tohoto efektu a jaký vliv má tato úprava pro text, který skroluje vertikálně? Poznamenejme, že světelný panel se skládá z LED diod rozmístěných v pravoúhlém rastru.

Úloha I . 2 ... *lano na klínech*

Na dvou klínech (viz obrázek) je položeno lano tak, že se uprostřed nedotýká podložky. Situace je osově souměrná. Vypočítejte, jaká jeho maximální část může takto viset ve statické rovnováze. Bonus: pro jaký úhel nakloněných rovin je tento poměr největší?

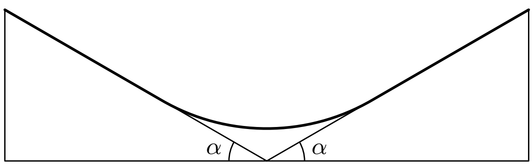
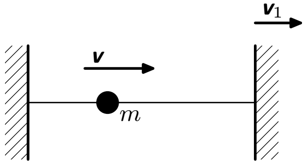


Schéma symetrické situace

Úloha I . 3 ... *adiabatický invariant*

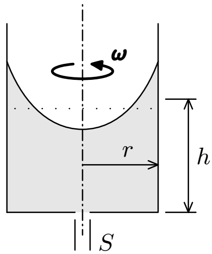
Mezi dvěma zarážkami se po přímce rovnoměrně pohybuje hmotný bod o hmotnosti m rychlostí v. Jednu ze zarážek začneme oddalovat rychlostí $v_1 \ll v$. Jak se změní energie hmotného bodu?



Míček mezi stěnami

Úloha I . 4 ... *vypouštění odstředivky*

Máme dostatečně vysokou válcovou nádobu s vodou (poloměr r, výška hladiny vody h) a roztočíme ji úhlovou rychlostí ω. Do středu dna uděláme malou dírku plochy S, přičemž nádoba stále rotuje. Kolik vody z nádoby vyteče ven?



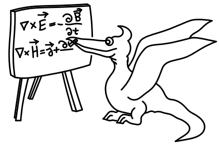
Rotující odstředivka

Úloha I . P ... *teploměr*

Kapilára lékařského rtuťového teploměru je pod stupnicí zaškrcená, aby se rtuť nemohla vracet do baňky a my mohli v klidu odečíst změřenou teplotu. Jak jistě víte, od června je zakázán prodej rtuťových teploměrů. Při této historické příležitosti se zamyslete, proč je zúžené místo pro rtuť průchodné pouze jedním směrem při ohřívání a proč se stejným způsobem nemůže rtuť při ochlazení zase samovolně vrátit do baňky.

Úloha I . E ... *fridex*

Organizátoři jedou na severní pól. Mají motorové saně a i přes třeskuté mrazy okolo točny musí lít do chladiče Fridex. Poraďte jim, jakou mají volit směs alkoholu s vodou, to znamená, určete, jaká je závislost teploty tuhnutí směsi alkoholu s vodou na jeho koncentraci. Nemáte-li dostatečně výkonný mrazák, změřte, při jaké koncentraci směs zmrzne při nějaké pevně dané teplotě.



Seriál na pokračování

O čem to bude?

V letošním seriálu se budeme zabývat analýzou fyzikálního jevu, se kterým se denně setkáváme na každém kroku, a přesto lidstvo již od nepaměti fascinuje – středem výkladu totiž bude světlo a množství fyzikálních situací, které s ním souvisejí. Jistě si bez něj jen těžko dokážeme představit okolní svět – světlo je díky fotosyntéze základní podmínkou života na Zemi a pomocí zraku umožňuje asi nejdůležitější způsob našeho vnímání a zkoumání světa.

I přes jeho všudypřítomnost trvalo něco okolo dvou a půl tisíce let, než se po spoustě částečně úspěšných teorií podařilo najít matematicko-fyzikální popis, který správně předpovídá všechny jevy a procesy, na nichž se světlo podílí. Dobře se tak hodí pro náš seriál, protože máme příležitost ilustrovat celou škálu fyzikálních principů a matematických metod, které se při popisu záření používají.

Pozoruhodné je, že světlo hrálo zásadní roli u téměř všech velkých průlomů v (především teoretické) fyzice. V druhé polovině 19. století stálo u Maxwellova slavného sjednocení zákonů elektřiny, magnetismu a světla, na začátku 20. století pak podnítilo vznik obou hlavních pilířů moderní fyziky: řada teoretických úvah ohledně rychlosti světla vedla Alberta Einsteina k formulaci speciální teorie relativity a „fotonová hypotéza" Maxe Plancka dala základy kvantové teorii. Konečně v polovině století dvacátého uspěli pánové Feynman, Schwinger, Dyson a Tomonaga v dovršení kvantové elektrodynamiky, tedy teorie popisující interakci fotonů s elektrony, čili vlastně světla a hmoty[1], která se později stala nejúspěšnější (nejpřesněji experimentálně prověřenou) teorií v historii fyziky a zároveň základem pro současný popis zákonů mikrosvěta.

Dobrých důvodů pro studium chování světla se najde celá řada. Pokud vás tedy zajímá, co je to difrakce, Fermatův princip, Maxwellovy rovnice, proč hrají olejové louže všemi barvami nebo proč je obloha modrá, pusťte se do čtení našeho seriálu a řešení úloh. Zároveň vás prosíme, abyste nám poslali jakékoli připomínky a návrhy na témata, o kterých byste si rádi přečetli v některém z příštích dílů.

autoři Dalimil Mazáč a Martin Výška

Kapitola 1: Co je světlo

Jak šla historie

Jak bylo nastíněno v úvodu, způsob, jakým fyzikové nahlíželi na světlo, prodělal v minulosti mnoho změn. Již antičtí Řekové znali zákon odrazu světelného paprsku od zrcadla, který říká, že úhel odrazu se rovná úhlu dopadu, a dokonce za pomocí experimentu získali i tabulku čísel pro zákon lomu: zkoumali paprsek vstupující ze vzduchu do vody a měřili úhly, které tento paprsek svírá s hladinou v obou prostředích. Trvalo ale až do roku 1621, než se Snelliovi podařilo najít následující matematický vzorec, dnes známý jako Snellův zákon, který vyjadřuje

[1] Pro zájemce o populárně podané shrnutí doporučujeme Feynmanovu knihu *Neobyčejná teorie světla a látky: kvantová elektrodynamika*.

zákon lomu na rozhraní dvou prostředí s indexy lomu[2] n_1 a n_2

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta\,, \tag{1}$$

kde α, β jsou úhly, které paprsek svírá s kolmicí na rozhraní v materiálu 1, resp. 2. Ani Snellius ale nevěděl, odkud tato zákonitost pochází. První teoretické modely, které správně předpovídaly zákony lomu a odrazu, nabídli záhy Pierre de Fermat, jehož elegantní princip nejkratšího času podrobně vyložíme v příštím díle seriálu, a Christian Huygens, o jehož pravidle pojednáme níže. Žádný z těchto principů ale nijak nerozebíral fyzikální podstatu světla, tedy co světlo ve skutečnosti je. V tomto směru se postupně objevily dva názory (viz také druhý díl minulého ročníku seriálu FYKOSu).

Podle jednoho z nich mělo světlo vlnovou povahu a šířilo se velkou rychlostí jako vibrace záhadného, vševyplňujícího materiálu, pro který se později ujal název *éter*. Konkurenční názor, vyjádřený Newtonem, tvrdil, že světlo sestává z částic, které se mohou lišit jistou vlastností, kterou my vnímáme jako barvu, což sám Newton demonstroval svým slavným rozložením bílého světla na barevné složky za pomocí skleněného hranolu. Asi také díky Newtonově nesmírné intelektuální autoritě se „částicový“ názor udržel v popředí dlouhou stovku let, než byli fyzikové pod tíhou experimentálních důkazů nuceni uznat, že se světlo chová spíše jako vlna. Jednalo se zejména o (ob)jev difrakce, o kterém blíže pohovoříme v některém z příštích dílů. Velkou zásluhu na rozvoji teorie světla jako mechanického vlnění pružného éteru měl především Fresnel, který ohromnou škálu pozorovaných jevů zahrnujících světlo dokázal vypočítat z několika elementárních předpokladů o vlastnostech éteru.

Snad největší moment v rozvoji našeho chápání světla měl ale teprve přijít. Spolu s optikou (tedy odvětvím fyziky zabývajícím se světlem) se v 19. století úplně nezávisle rozvíjela také teorie elektřiny a magnetismu. Po mnohaletém hromadění výsledků o chování nabitých objektů se Maxwellovi podařilo sestavit rovnice, které ze známých rozložení proudů a nábojů umožňují vypočítat elektrická a magnetická pole. Zjednodušeně řečeno v nich figurovaly dvě experimentálně určené konstanty: *permitivita vakua* $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F{\cdot}m^{-1}}$ a *permeabilita vakua* $\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{H{\cdot}m^{-1}}$, které jsou analogií Newtonovy gravitační konstanty G pro elektřinu a magnetismus.

Maxwell poté zkoušel, jaká řešení jeho rovnice dovolují, a zjistil, že existuje speciální typ řešení bez přítomnosti nábojů a proudů, a sice vlnění elektromagnetického pole šířící se volným prostorem rychlostí

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3{,}00 \cdot 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

To je přesně rychlost, kterou se podle tehdejších měření šířilo světlo. Maxwell tedy interpretoval světlo právě jako vlnění elektromagnetického pole a dosáhl tak největšího triumfu fyziky devatenáctého století tím, že sjednotil zákony elektřiny, magnetismu a světla. Viditelné světlo je tedy „jen“ malá část celého spektra elektromagnetického záření, charakterizovaná vlnovými délkami od zhruba 380 do 750 nanometrů. Tak k němu budeme v našem seriálu přistupovat – spousta odvozených výsledků platí obecně pro jakékoli vlnové délky (rádiové vlny na jedné a záření gamma na druhé straně spektra).

Ve dvacátém století ještě přišla již zmíněná kvantová teorie a s ní i částečný návrat k částicovému modelu; na podrobnější pojednání zde bohužel nemáme místo, ale v případě zájmu řešitelů tomuto tématu věnujeme některý z pozdějších dílů seriálu.

---

[2] Pro úplnost poznamenejme, že index lomu n daného prostředí je poměr rychlostí světla ve vakuu a v daném materiálu, tj. $n = c/v$. Ve většině případů je tedy $n \geq 1$.

Aproximace

Odhlédneme-li od kvantových efektů, světlo je přesně popsáno jako vlnění elektromagnetického pole. Teoreticky vzato jdou tedy všechny světelné jevy, se kterými se setkáváme kolem sebe (duha, modrá obloha, lom, odraz, ...) odvodit z Maxwellovy teorie. To je ale často nepraktické, protože ve spoustě případů (jako je například právě odraz a lom) se vůbec neprojeví vlnové vlastnosti světla.

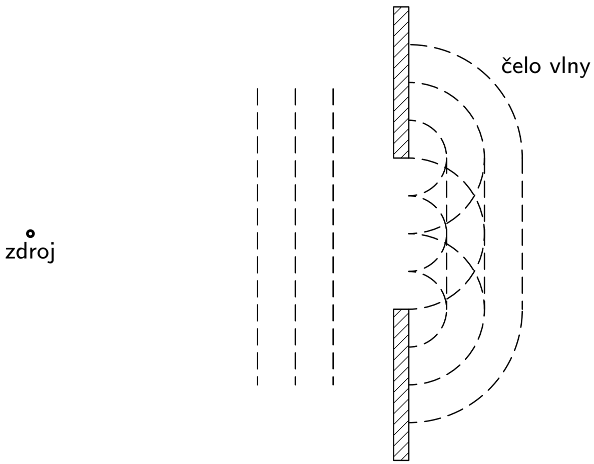
Obecně v případech, kdy je vlnová délka mnohem menší než typická velikost měřícího přístroje, můžeme na vlnovou povahu světla zapomenout a pracovat s jednodušším teoretickým modelem zvaným *geometrická optika*, který na světlo nahlíží jako na jednoduché paprsky šířící se optickou soustavou. Za výchozí bod geometrické optiky lze použít již zmiňované principy Fermata a Huygense (podrobněji níže). Měli bychom mít ale stále na paměti, že oba tyto principy se dají odvodit přímo z Maxwellových rovnic v případě malých vlnových délek.

Opačný extrém nastává, když je vlnová délka světla srovnatelná s velikostí měřícího přístroje, a vlnový charakter světla se tak naplno projeví. V takovém případě mluvíme o *vlnové optice*.

Huygensův princip

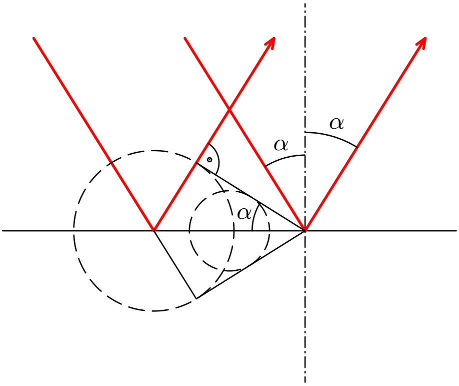
Tento princip nám umožňuje zjistit tvar a polohu čela šířící se vlny, známe-li čelo vlny v nějakém okamžiku předtím. Doslova říká, že když z každého bodu původního čela vlny necháme šířit kulovou (ve dvourozměrném prostoru kruhovou) vlnu na všechny strany rychlostí světla v daném prostředí, dostaneme nové čelo vlny jako „obálku“ takto vzniklých kulových vln.

Huygensův princip platí dost obecně pro libovolné vlnění a třeba pro zvuk má nám známý důsledek. Hraje-li v místnosti hudba a my stojíme v předsíni za otevřenými dveřmi tak, že zdroj hudby přímo nevidíme, přesto hudbu slyšíme. Je tomu tak proto, že když zvuk dorazí k otevřeným dveřím, každý bod této plochy funguje jako zdroj kulových vln, šířících se na všechny strany a vyplňujících tak celou místnost (viz obrázek 1). Z Huygensova principu také jednoduše vyplývá fakt, že paprsky se šíří po přímkách: je-li čelo vlny rovné v jednom okamžiku, zůstane rovné a bude se rovnoměrně posouvat kupředu rychlostí světla.



Obr. 1. Šíření zvuku dveřmi

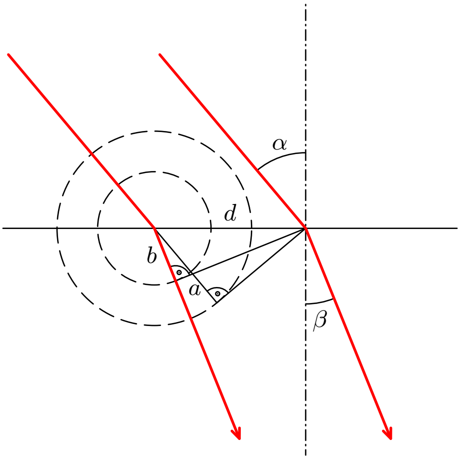
O něco méně triviální je předpověď zákona odrazu. Ve dvourozměrném prostoru si představme rovinné zrcadlo a paprsek jako nekonečný obdélník, který se šíří směrem k němu a s kolmicí na zrcadlo svírá úhel α.



Obr. 2. K zákonu odrazu

Zaměřme se na okamžik, kdy k zrcadlu právě přiletěl vzdálenější roh obdélníku (viz obrázek 2). Podle Huygensova principu fungují body zrcadla, kam už paprsek dorazil, jako nové zdroje kruhových vln. Po krátké úvaze nad obrázkem se ujistíme, že jejich obálka tvoří čelo vlny odraženého paprsku, který s kolmicí taktéž svírá úhel α.

Nakonec jsme si nechali odvození Snellova zákona lomu (1). Uvažujme podobné uspořádání jako v předchozím odstavci, tentokrát však mějme dvě prostředí s indexy lomu n_1 a n_2 (světlo se v nich tedy šíří rychlostmi c/n_1 a c/n_2) a pro názornost předpokládejme $n_1 < n_2$. Opět situaci znázorněme v okamžiku, kdy k rozhraní dorazí vzdálenější roh obdélníku představujícího sledovaný paprsek (viz obrázek 3).



Obr. 3. K výkladu zákona lomu

Nás bude zajímat v té chvíli největší kruhová vlna poloměru b, tedy ta, která se šíří z opačné strany paprsku. Pro ilustraci je čárkovaně vynesena i fiktivní kruhová vlna poloměru a, kterou bychom podle Huygensova principu obdrželi, kdyby rychlost světla v obou prostředích byla stejná. Jednoduchou úvahou tedy dostaneme

$$\frac{a}{b} = \frac{n_2}{n_1} \, .$$

Označíme-li d šířku styčné plochy paprsku a zrcadla, můžeme psát

$$a = d \sin \alpha \, , \qquad b = d \sin \beta \, .$$

A tedy

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b} = \frac{n_2}{n_1}\,,$$

z čehož už obdržíme přímo

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta\,.$$

V příštím díle si ukážeme Fermatův princip nejkratšího času, který je fundamentálně odlišný od Huygensova, nicméně dává stejné výsledky.

Úloha I . S ... *petřínská*

a) Co uvidí člověk stojící mezi dvěma spojenými na sebe kolmými zrcadly, jejichž spojnice je svislá?
b) Mějme rovinné zrcadlo skloněné pod úhlem 45°, pohybující se zleva doprava rychlostí v. Zprava na něj dopadá paprsek světla rychlostí c (úhel dopadu je tedy 45°) a odráží se zhruba nahoru. Pomocí Huygensova principu určete úhel mezi dopadajícím a odraženým paprskem, tedy vlastně opravte zákon odrazu a dopadu pro pohybující se zrcadlo.

FYKOS
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://fykos.mff.cuni.cz`
e-mail pro řešení: `fykos-solutions@mff.cuni.cz`
e-mail: `fykos@mff.cuni.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.