23. ročník, úloha I . P ... *teploměr* *(4 body; průměr 2,12; řešilo 33 studentů)*

Kapilára lékařského rtuťového teploměru je pod stupnicí zaškrcená, aby se rtuť nemohla vracet do baňky a my mohli v klidu odečíst změřenou teplotu. Jak jistě víte, od června je zakázán prodej rtuťových teploměrů. Při této historické příležitosti se zamyslete, proč je zúžené místo pro rtuť průchodné pouze jedním směrem při ohřívání a proč se stejným způsobem nemůže rtuť při ochlazení zase samovolně vrátit do baňky.

Při horečce chtěl podvádět Honza Prachař.

Odpověď na to, proč se rtuť dostane přes zaškrcené místo nahoru do stupnice je poměrně jednoduchá. Je to kvůli tomu, že se stoupající teplotou se zvětšuje objem rtuti (a to na intervalu, kde je používán lékařský teploměr velice dobře lineárně s koeficientem objemové roztažnosti $\beta = 0{,}2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$), rtuť je prakticky nestlačitelná (její stlačitelnost je $\varkappa = 0{,}04\,\mathrm{GPa}^{-1}$) a teplotní roztažnost skla je vůči teplotní roztažnosti rtuti zanedbatelná. Rtuť se tedy zahřeje, zvětší svůj objem a pokud teploměr nemá prasknout, tak se rozšíří přes zaškrcené místo do stupnice.

Složitější částí úlohy je zjistit, proč se rtuť zase po ochlazení nevrátí do baňky. Klíčem k řešení je ukázat, že je to pro rtuť výhodnější a tedy že k tomu nemůže z fyzikálního hlediska dojít. V podstatě jde použít dva základní přístupy. Jednou možností je řešení vést přes kapilární tlak a další možností je věnovat se energetické bilanci. Jedná se o postupy, které jsou v podstatě obdobné, protože tlak je spjatý se silou a ta zase s prací, která se pak právě projeví na změně povrchové energie. Ukažme si tedy postup pro výpočet pomocí kapilárního tlaku.

Postup bude takový, že odhadneme, jak úzké musí být zúžení trubice a posoudíme, zda-li je to reálné, či ne.

Uvažujme obvyklý lékařský teploměr, které má ještě valná většina domácností. Rozdílu teploty o $\Delta T = 1\,^\circ\mathrm{C}$ odpovídá délkový rozdíl $\Delta h = 1\,\mathrm{cm}$ na stupnici. Baňka přibližně tvaru válce, která obsahuje většinu rtuti teploměru (můžeme tedy uvažovat, že obsahuje celý její objem na počátku), má vnější rozměry zhruba $D_{\mathrm{vn}} = 4\,\mathrm{mm}$ průměru a $H_{\mathrm{vn}} = 13\,\mathrm{mm}$ délky – můžeme tedy odhadnout, že její vnitřní poloměr bude $R = 1{,}5\,\mathrm{mm}$ a výška $H = 12\,\mathrm{mm}$. Pro naše účely také velice dobře platí vzorec pro objemovou roztažnost

$$V = V_0\left(1 + \beta\Delta T\right) = \pi R^2 H \left(1 + \beta\Delta T\right) .$$

Chceme odhadnout poloměr trubice (kapiláry) teploměru, což lze jednoduše provést z objemové změny a výše uvedených informací.

$$\Delta V = \pi r^2 \Delta h = V_0 \beta \Delta T \quad \Rightarrow \quad r = R\sqrt{\frac{H\beta\Delta T}{\Delta h}} .$$

Pokud dosadíme zmiňované hodnoty, tak získáváme odhad $r \approx 20\,\mu\mathrm{m}$. Přestože se to na první pohled může zdát jako příliš malé číslo, tak je reálné, protože rtuť v trubici není vidět pod libovolným úhlem a je potřeba si teploměr vhodně natočit, aby trubice sloužila jako čočka pro zvětšení šířky sloupce.

V teploměru je nad rtutí buď téměř vakuum (respektive rtuťové páry o nízkém tlaku), nebo je tam relativně řídká dusíková atmosféra. Pokud by tam bylo vakuum, tak by stačilo, aby bylo zúžení nepatrné a už by se kvůli vyššímu kapilárnímu tlaku rtuť odtrhla a nevrátila by se do baňky. Proto dále předpokládejme, že nad rtutí je tlak zhruba $p_{\mathrm{a}} = 10^5\,\mathrm{Pa}$, který můžeme brát jako horní odhad, a pokusme se zjistit na jaký poloměr l by musela být kapilára zúžena, aby došlo k odtržení (pravdou je, že s roztahováním rtuti stoupá tlak v plynu, protože se zmenšuje jeho objem, ale vzhledem k tomu, že by plyn nad rtutí měl být opravdu relativně řídký, tak atmosférický tlak poslouží velice dobře jako horní odhad). Pro kapilární tlak platí vztah svazující ho s povrchovým napětím (které je pro rtuť $\sigma = 0{,}48\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$):

$$p_r = \frac{2\sigma}{r}\,.$$

A dále postupujeme

$$\begin{aligned}\Delta p = p_l - p_r &> p_\mathrm{a}\,,\\ p_\mathrm{a} &< \frac{2\sigma}{l} - \frac{2\sigma}{r}\,,\\ l &< \frac{2\sigma r}{2\sigma + r p_\mathrm{a}} \doteq 6\,\mathrm{\mu m}\,.\end{aligned}$$

Výsledkem je, že kdyby byla trubice zúžena méně jak na třetinu, tak by teploměr měl fungovat opravdu poměrně dobře jako maximální teploměr (tzn. kdykoliv můžeme odečíst správně nejvyšší teplotu, která byla od nějaké doby naměřena; pravdou je, že s nižší teplotou se sice i rtuť v kapiláře mírně smrští, ale to je pro lidské oko neznatelný rozdíl). Takové zúžení není technicky těžké vytvořit a opticky se i zdá, že je zúžení v teploměru dokonce ještě užší, takže tím spíš se rtuť oddělí v okamžiku, kdy se začne ochlazovat.

Karel Kolář
`karel@fykos.mff.cuni.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.