

23. ročník, úloha III . 1 ... na setkání nejsme k rozeznání (4 body; průměr 2,86; řešilo 22 studentů)

Jak nejdále od sebe mohou být dva lidé, aby je nikdo třetí na Zemi nerozeznal, kdykoliv jsou viditelní? Nezapomeňte, že lidé jsou bodové světelné zdroje ve výšce 2 m a Země je koule.

Špatně vidí Jakub Michálek.

Při řešení použijeme Rayleighova kritéria, které udává vztah mezi vlnovou délkou světla λ , průměrem štěrbinové čočky D a úhlovým rozlišením ϑ .

$$\sin \vartheta = 1,22 \frac{\lambda}{D}.$$

Stačí se zabývat pouze situacemi, kdy má pozorovatel k oběma osobám stejně daleko – v ostatních případech stejně vzdáleného pozorovatele bude porovnaný úhel vždy menší. Dále, vzhledem k poměrům mezi λ a D , můžeme využít aproximace $\sin \alpha \approx \alpha$ a získáme

$$\frac{d}{2l} = \sin \frac{\vartheta}{2} = \frac{\sin \vartheta}{2} \Rightarrow d = 1,22 \frac{\lambda l}{D}.$$

Hledáme maximum d ; to je zřejmě lineárně závislé na l . Tedy čím blíže třetí osoba bude, tím menší hodnotu získáme. Zde narážíme na omezení lidského oka, které je schopno zaostřit až od určité minimální vzdálenosti (předpokládáme, že na bližší vzdálenost je lepší teoretické rozlišení kompenzováno díky neschopnosti zaostřit). Pro dosažení minima musíme také dosadit minimální vlnovou délku viditelného světla a maximální možnou šířku zornice.

$$d_0 = 1,22 \cdot 0,05 \cdot \frac{400 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 10^{-3}} = 4,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$$

Maximální možná vzdálenost dvou nerozlišitelných lidí tedy je přibližně čtyři mikrometry.

Jan Jelínek

jjan@fykos.mff.cuni.cz