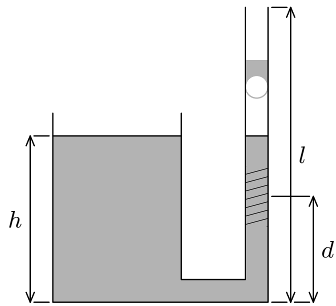
24. ročník, úloha II . 3 ... překapávač *!!! chybí statistiky !!!*

Lukáš si k psaní protokolů z praktika vařil kávu a mírně si upravil kávovar. Ke dnu nádobky přidělal zahnutou trubičku, na kterou namotal topnou spirálku. Spirálka byla ve výšce d nade dnem nádobky (viz obrázek), hladina vody ve výšce h. Parametry trubičky a spirálky jsou právě takové, aby pára vzniklá varem vody přiváděné z rezervoáru v nádobce vytlačovala vodu nad sebou nahoru. Spočtěte výkon, který musíme dodávat do spirálky, aby z ústí trubičky ve výšce l vytékala voda. Jaká je účinnost takovéhoto tepelného stroje? (4 body) *Z nudy zkoušel Lukáš.*



Obr. 1. Překapávač a stoupající bublina unášející trochu vody

Během výroby kávy se bude v trubici v blízkosti spirálky odpařovat voda, a takto vzniklá vodní pára bude vytlačovat nad sebe vodu, která pak bude vytékat z kávovaru. Nad spirálkou bude tedy směs vody a vodní páry.

V trubici musí nastat rovnost hydrostatických tlaků. Označme ϱ_s hustotu směsi vody a vodní páry nad spirálkou a jako ϱ_v hustotu vody. Platí

$$(h-d)\varrho_\mathrm{v} g = (l-d)\varrho_\mathrm{s} g\,.$$

Označme ΔV objem směsi páry a vody, která vyteče za čas Δt. Hmotnost vyzdvižené směsi nechť je Δm. Nyní zanedbáme hmotnost páry v kapiláře. Označíme-li ΔV_v objem vody a ΔV_p objem páry; $\Delta V = \Delta V_\mathrm{p} + \Delta V_\mathrm{v}$, dostáváme

$$\Delta V_\mathrm{v} = \Delta V \frac{h-d}{l-d}\,, \qquad (1)$$

$$\Delta V_\mathrm{p} = \Delta V \left(1 - \frac{h-d}{l-d}\right) \qquad (2)\,.$$

Nyní se zamyslíme, co se stane, když ohříváme vodu spirálkou. Za krátký časový úsek Δt se odpaří voda o hmotnosti $\Delta V_\mathrm{p}\varrho_\mathrm{p}$ a z ústí trubičky vyteče ΔV_v vody. To nám umožňuje vypočítat dodávané teplo, které je určené skupenským teplem L

$$\Delta Q = L \Delta V_\mathrm{p} \varrho_\mathrm{p}\,.$$

Nyní dosadíme za ΔV_p a ΔV ze vztahů (1) a (2)

$$\Delta Q = L\varrho_\mathrm{p} \left(1 - \frac{h-d}{l-d}\right) \frac{l-d}{h-d} \Delta V_\mathrm{v}\,.$$

Nyní celý výraz na pravé straně rozšíříme $g\varrho_\mathrm{v}(l-h)/\Delta t$, protože celkový výstupní výkon je $\Delta m_\mathrm{v} g(l-h)/\Delta t$. Výstupní výkon je roven energii, kterou získáme na vyzvednutí vody o hmotnosti Δm_v z výšky h do výšky l za čas Δt. Proto platí

$$P_\mathrm{in} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{L\varrho_\mathrm{p}}{\varrho_\mathrm{v} g(l-h)} \left(1 - \frac{h-d}{l-d}\right) \frac{l-d}{h-d} P_\mathrm{out}\,.$$

Algebraickými úpravami dostáváme

$$P_{\mathrm{out}} = \frac{\varrho_{\mathrm{v}} g(h-d)}{L \varrho_{\mathrm{p}}} P_{\mathrm{in}}\,.$$

Účinnost je definovaná jako využitelná energie ku celkové energii. Platí tedy

$$\eta = \frac{\varrho_{\mathrm{v}} g(h-d)}{L \varrho_{\mathrm{p}}}\,.$$

Ještě je potřeba vypočítat, čemu se rovná ϱ_{p}. Voda se vypařuje za každé teploty. Var však nastane tehdy, pokud se tlak nasycených vodních par rovná tlaku okolního vzduchu. Proto platí $\varrho_{\mathrm{p}} = p_{\mathrm{a}} M_{\mathrm{H_2O}}/M_{\mathrm{vzduch}}$, kde M_x značí molární hmotnost látky x. Tento fakt vychází ze stavové rovnice ideálního plynu. Celková účinnost je směšná. Dosadíme-li $h - d = 10\,\mathrm{cm}$, $L = 2{,}25\,\mathrm{MJ{\cdot}kg^{-1}}$, dostáváme $\eta = 0{,}05\,\%$.

Petr Ryšavý
petr@fykos.cz