

24. ročník, úloha III. E ... papír (8 bodů; průměr 5,11; řešilo 9 studentů)

Změřte, jak závisí průsvitnost papíru na úhlu, pod kterým je sklopený. Máme soustavu oko papír žárovka v jedné přímce. Měříme závislost intenzity prošlého světla na úhlu stočení papíru vzhledem k ose aparatury. Oči si vypálil Jakub

V této experimentální úloze zkoumáme velice komplexní případ; k měřenému signálu přispívá hned několik jevů. Proto bychom v teoretické části měli provést výčet těchto jevů, pokusit se je srovnat podle významu, uvést případně zjednodušující předpoklady a na závěr navrhnout vhodnou modelovou funkci.

Teorie

- a) Kancelářský papír je bílý a velké množství světla se od jeho povrchu odráží. Budeme-li předpokládat, že intenzita odraženého světla nezávisí na úhlu dopadu, pak můžeme tento jev zahrnout do veličiny I_0 , tedy intenzity světla na vstupu do materiálu papíru čili efektivní intenzity světla vycházejícího ze zdroje.
- b) Největší část světla se pohlcuje v materiálu papíru. Materiál budeme v prvním přiblížení považovat za homogenní (v každém místě objemu jsou stejné vlastnosti) a izotropní (v každém směru budou platit dále uvedené vztahy). Pak můžeme využít Lambertův-Beerův zákon pro intenzitu světla po průchodu absorbujícím materiálem tloušťky d

$$I_{\max} = I_0 e^{-\varkappa d},$$

kde \varkappa je absorpční koeficient a I_0 je intenzita světla vycházejícího ze zdroje (na vstupu).

- c) Významná část světla se rozptýlí do jiných směrů, než byl původní směr chodu paprsků ze zdroje. Rozptyl nastává jak v objemu, tak na povrchu papíru, nicméně popis těchto případů by byl velmi složitý s ohledem na složitější strukturu kancelářského papíru. Pokud posvítíme na kancelářský bílý papír ze zadu např. červeným laserovým ukazovátkem, uvidíme zepředu v místě dopadu laserového paprsku jasnou stopu. Tato stopa bude velmi dobře patrná, i když se na plochu papíru podíváme z velmi šikmého úhlu. Tzn. na povrchu kancelářského papíru se světlo po průchodu rozptyluje prakticky do všech směrů daného poloprostoru. V prvním přiblížení můžeme pro velmi šikmé úhly jeho intenzitu považovat za konstantu I_{bg} . Do této konstanty pak v principu můžeme zahrnout případné světelné pozadí (background).

Zmínili jsme nejvýznamnější jevy a příspěvky k měřenému signálu. Zbývá dorešit geometrii úlohy, jak se změní intenzita světla $I(\alpha)$ při naklonění kancelářského papíru o úhel α . Očekáváme, že pro kolmý dopad ($\alpha = 0$) naměříme právě maximální možnou intenzitu $I(0) = I_{\max}$, pro niž platí Lambertův-Beerův zákon výše. Tento zákon použijeme díky předpokladům homogenity a izotropie i v případě náklonu papíru o úhel α , kdy přímý paprsek ze zdroje prochází efektivně silnější vrstvou materiálu papíru. Pro efektivní tloušťku pak z geometrie platí $d(\alpha) = d / \cos \alpha$. Tloušťku papíru d i počáteční (vstupní) intenzitu světla I_0 jsme zavedli výše, proto můžeme zapsat Lambertův-Beerův zákon pro námi zkoumanou závislost

$$I(\alpha) = I_0 e^{-\varkappa d(\alpha)}.$$

Nyní můžeme zformulovat modelovou funkci, kterou se pokusíme proložit experimentální body změřené závislosti $I(\alpha)$.

$$I(\alpha) = I_0 e^{-\varkappa d / \cos \alpha} + I_{bg} = I_0 \left(e^{-\varkappa d} \right)^{1 / \cos \alpha} + I_{bg} = I_0 K^{1 / \cos \alpha} + I_{bg}.$$

K měřenému signálu tedy přispívá zeslabená světelná intenzita ze zdroje kvůli absorpci v materiálu a dále intenzita světla rozptýleného povrchem papíru, které vstupuje do detektoru z větší plochy papíru, je-li tento papír nakloněn zejména pod většími úhly, příp. z pozadí. Budeme měnit úhel náklonu papíru α , změříme příslušnou intenzitu zeslabeného světla $I(\alpha)$ a koeficienty I , K a I_{bg} získáme proložení experimentálních bodů modelovou funkcí. Pokud bychom neměli jistotu v odečítání úhlu α , pak bychom mohli ještě přidat počátek odečítání úhlu, tzn. kosinus by měl argument $\alpha - \alpha_0$.

Experiment

Pomůcky: kancelářský papír „office paper 80 g · m⁻²“; souprava ISES připojená k PC, modul optická závora (obsahuje fotodetektor a zdroj – IR dioda); dvakrát laboratorní stojan a svorka (jeden drží optickou závoru, druhý rovný proužek kancelářského papíru a ukazatel k odečítání úhlu náklonu), kartón pro vyznačení úhlu náklonu, izolepa, propiska. Rovnost vzorku papíru můžeme zajistit ohnutím podél delšího okraje a následnou kontrolou rovinnosti.

Podmínky: vzdálenost vysílače a fotodetektoru optické závory: 27 mm, teplota: 24 °C; měření v zatemněné místnosti (pozadí zanedbatelné).

Postup měření: Nastavíme velký úhel (jak nám dovolí délka optické závory), kdy máme nejmenší signál, a vyznačíme polohu ukazatele úhlu natočení na kartonu. Vzorek kancelářského papíru je vždy umístěn uprostřed mezi vysílačem a detektorem optické závory. Dále zmenšujeme úhel α a po ustálení signálu zaznamenáme polohu ukazatele na kartón – opakujeme do kolmé polohy vzorku papíru vůči ose optické závory. Ideálně změříme aspoň 10 bodů závislosti $I(\alpha)$.

Zpracování a výsledky měření: Zde jsme si tedy nepřipravili předem žádnou úhlovou stupnici, ale zaznamenali jsme všechny měřené polohy (sklony) papíru. Tento úhel sklonu α můžeme vyhodnotit z našich rysek na kartónu např. pomocí triangulace – použití věty kosinové. Příslušnou intenzitu světla měřenou detektorem odečítáme z grafu v ovládacím programu soupravy ISES, samozřejmě s odhadem možné chyby měření. Výsledky jsou uvedeny v tabulce, intenzita světla je uvedena v relativních jednotkách.

Tab. Naměřená data

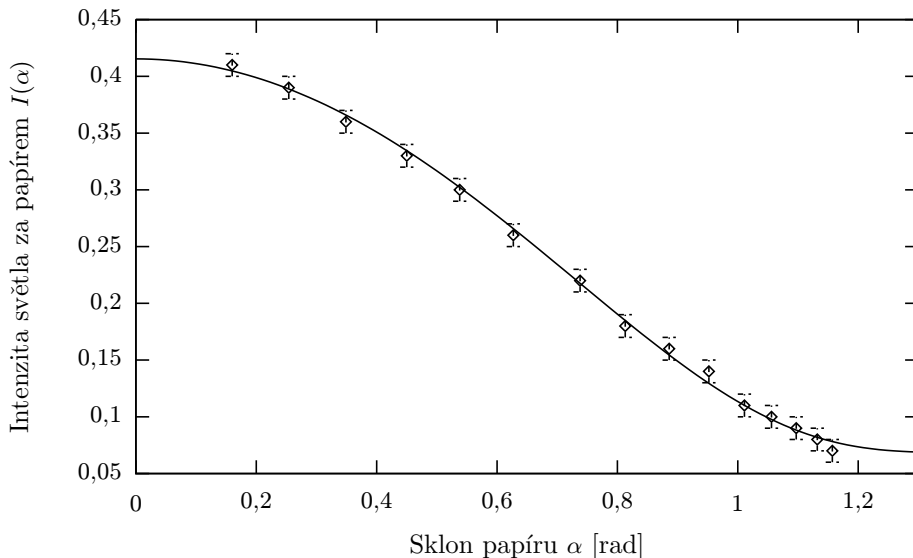
α [°]	α [rad]	$I(\alpha)$	Chyba $I(\alpha)$
66,3	1,157	0,07	0,01
64,8	1,132	0,08	0,01
62,8	1,097	0,09	0,01
60,5	1,056	0,10	0,01
57,9	1,011	0,11	0,01
54,5	0,952	0,14	0,01
50,7	0,886	0,16	0,01
46,6	0,813	0,18	0,01
42,3	0,738	0,22	0,01
35,9	0,627	0,26	0,01
30,9	0,538	0,30	0,01
25,8	0,450	0,33	0,01
20,0	0,349	0,36	0,01
14,6	0,254	0,39	0,01
9,1	0,160	0,41	0,01
0,0	0,000	0,42	–

Pro grafické zpracování v programu gnuplot použijeme zejména tyto příkazy (za úhel do-
sazujeme hodnoty z druhého sloupce v radiánech):

```
I(x)=I0*K**(1/cos(x))+Ibg
fit I(x) 'data.txt' using 2:3 via I0,K,Ibg
plot I(x), 'data.txt' using 2:3:4 with yerrorbars
```

Výstup příkazu fit:

```
I0 = 3.82714 +/- 0.3289 (8.595%)
K = 0.0906561 +/- 0.008188 (9.032%)
Ibg = 0.0684463 +/- 0.004129 (6.033%)
```



Obr. 1. Graf závislosti $I(\alpha)$ s naměřenými hodnotami

Z grafu je patrné, že všechny experimentální body jsou v souladu s teoretickou závislostí, tedy zvolili jsme vhodnou modelovou funkci a učiněné předpoklady byly oprávněné. Případně větší odchylky lze snadno zdůvodnit lokální neplatností předpokladů, zejména homogenity a izotropie, příp. větším rozptylem na povrchu papíru do určitého směru. Z výstupu příkazu fit dále vidíme, že intenzita světla na vstupu je asi $(3,8 \pm 0,4)$ a intenzita světla od pozadí (resp. rozptylu při velkých úhlech sklonu) je $(0,068 \pm 0,004)$, obojí v relativních jednotkách. Z bezrozměrného koeficientu K bychom se znalostí tloušťky papíru mohli určit absorpční koeficient κ .

Závěr

Proměřili jsme závislost intenzity prošlého světla kancelářským papírem v závislosti na úhlu náklonu papíru a navrhli jsme modelovou funkci, která je v dobrém souladu s experimentálními daty. Měření je však zatíženo většími chybami výsledných parametrů a příp. většími odchylkami od teoretických hodnot pravděpodobně z důvodu lokálního porušení zjednodušujících předpokladů.

Poznámky k došlým řešením

Někteří řešitelé přišli se zajímavými nápady, jak měření realizovat (použití laseru – dobře definovaný světelný svazek, použití fotovoltaického článku jako detektoru s předpokladem jeho linearity). Bohužel se však objevily hrubé chyby v odvození správného tvaru modelové funkce (úpravy výrazů pomocí základních vztahů pro mocniny): mnozí uvažovali násobení/dělení faktorem $\cos \alpha$, avšak jak jsme odvodili, tento faktor se vyskytuje v exponentu mocninné funkce! Dalším kamenem úrazu bylo správné používání veličin $I(\alpha)$, I_0 a I_{\max} , resp. úvahy o nich. Bohužel nikdo si nevzpomněl na příspěvek pozadí, resp. neuvědomil si příspěvek rozptýleného světla pro více šikmé úhly sklonu papíru. Proto mnohým nemohl program gnuplot optimálně proložit vaše experimentálně zjištěné body.

Pavel Brom
paja@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky

UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.