

## Seriál na pokračování

### Kapitola 0: Úvod

V letošním ročníku FYKOSího seriálu se budeme věnovat astronomii a astrofyzice. Astronomie je věda stará jako lidstvo samo, v každé kultuře najdete zprávy o lidech, již trávili své večery pozorováním nebes, ať už s úmysly náboženskými, vědeckými či čistě romantickými. Až s vynálezem dalekohledu, fotografické emulze a spektrografů se astronomie mohla stát i astrofyzikou, tedy vědou vysvětlující procesy, jež se odehrávají ve hvězdách.

*Básníci říkají, že věda vzala hvězdám krásu, udělala z nich pouhé koule atomárního plynu. I já se mohu podívat na hvězdy za jasné noci. Ale vidím méně nebo více? – Richard Feynman*

Zájemci o podrobnější výklad pak vždy mohou sáhnout po učebnicích

*Základy astronomie a astrofyziky, Vanýsek V., Praha, Academia, 1980 (pozor, zejména v modernějších tématech je tato kniha nedostačující a informace v ní uvedené jsou ne vždy korektní).*

*An Introduction to Modern Astrophysics (2nd edition), Carroll B.W., Ostlie D.A., San Francisco : Pearson Addison-Wesley, 2007.*

Případná další literatura bude uvedena v jednotlivých dílech seriálu. Krom toho nezapomeňte sledovat stránky seriálu, kde se občas objeví nějaký textík s doplňujícími informacemi, zajímavostmi nebo věnující se příbuznému tématu.

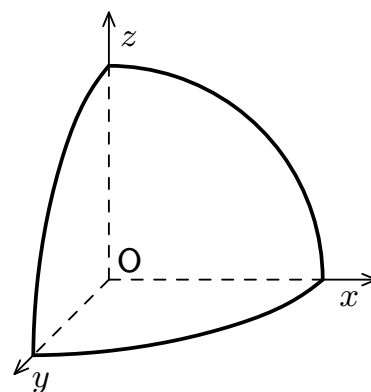
### Kapitola 1: O souřadnicích, Pogsonovi a vůbec...

První díl seriálu bude věnován popisu toho, co na noční obloze můžeme spatřit a jak to můžeme popsat. Pro moderní astronomii, kde se o všechno postará automatizovaný dalekohled, se to může zdát zbytečné, ale člověk nikdy neví, kdy jej život donutí předpovídat z hvězd budoucnost. V takovém případě je fajn vědět, kde která souhvězdí najdeme a jak jejich polohu popíšeme. Podíváme se na zoubek podivným trojúhelníkům s nestandardním součtem vnitřních úhlů, ztransformujeme všechny možné souřadnice a nakonec se budeme věnovat veledůležitému logaritmickému vztahu - Pogsonově rovnici.

#### Sférická geometrie

V běžném životě se stále a znovu setkáváme s euklidovskou, tedy plochou geometrií. Trojúhelníky se zde chovají slušně a mají součet vnitřních úhlů  $180^\circ$ , vzdálenosti udáváme v běžných délkových jednotkách a nejkratší spojnici dvou bodů je přímka.

Ve sférické geometrii je tomu docela jinak. Součet úhlů v trojúhelníku je větší než  $180^\circ$  a nejkratší spojnici bodů jsou části kružnic. Podstatnou roli bude hrát hlavní kružnice, jejíž střed je totožný se středem zemským. Pomocí ní vystavíme souřadnicové systémy. Než se



Obr. 1. Sférický trojúhelník se všemi pravými úhly

pustíme do samotných souřadnic, podíváme se na základní vztahy sférické geometrie. Je třeba si uvědomit, že vzdálenosti měříme ve stupních a vždy je budeme počítat po kružnici, jejíž obvod je maximální, tedy po hlavní kružnici. Vzdálenosti po hlavní kružnici budeme označovat malými latinskými písmeny, úhly mezi křivkami budeme označovat řeckými písmeny.

Pro sférické trojúhelníky, stejně jako pro rovinné, platí sinová věta

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma},$$

kosinová věta pro strany

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$$

a pro úhly

$$\cos \alpha = -\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos a.$$

A anomálie sférické geometrii vlastní, sinová-kosinová věta

$$\sin a \cos \beta = -\cos c \sin b \cos \alpha + \sin c \cos b.$$

Stejně jako v euklidovské geometrii zde můžeme provést aproximaci malých úhlů (v radiánech)  $\sin \varepsilon \sim \varepsilon$  a  $\cos \varepsilon \sim 1$ . Tyto vztahy jsou užitečné zejména, pokud si chceme vyzkoušet spočítat pohyby hvězd na nebeské sféře.

### Astronomické souřadnice

Nejvíce v astronomii využívané jsou sférické souřadnicové systémy. Než se dostaneme k samotným astronomickým souřadnicím, ukážeme si, jak vypadá převod z kartézských souřadnic do sférických, který nám později bude nadmíru užitečný:

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi,$$

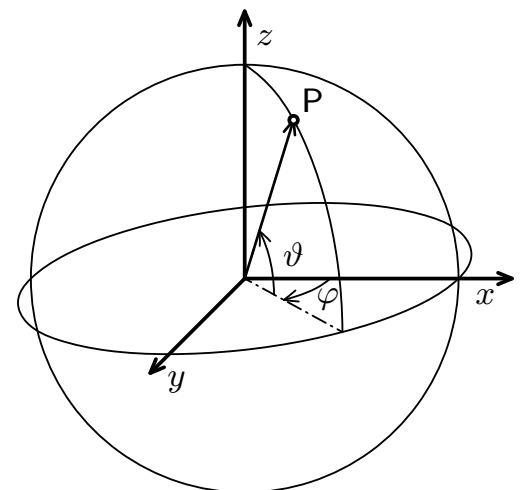
$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi,$$

$$z = r \cos \vartheta.$$

Úhly si samozřejmě můžeme určit naprosto libovolně (záleží na vašem náboženství, stejně jak s loupáním banánu, nakonec ale zjistíte, že je dobré preferovat jednu soustavu) a s tím se nám budou měnit i zmíněné transformační vztahy. Nespornou výhodou astronomie je fakt, že o vzdálenost ze středu  $r$  se vůbec nemusíme starat, neboť popisujeme pouze nebeskou sféru, tedy nám postačí jednotkový poloměr.  $r$  tedy pokládejme za jedničku. Na druhou stranu je nepříjemné, že při používání astronomických souřadnicových systémů a transformací mezi nimi musíme udržet na paměti, zda pracujeme v pravotočivé, nebo levotočivé soustavě.

Abychom se mohli konečně podívat na nejpoužívanější souřadnicové systémy, je třeba si určit také význačné hlavní kružnice (pro nás ty, jejichž střed by ležel v zemském středu). Hlavní kružnice leží v rovinách významných pro souřadnicové systémy.

a) Rovník – průmět zemského rovníku na nebeskou sféru.



Obr. 2. Sférické souřadnice

- b) Poledníky – spojnice severního a jižního pólu. Kružnice, která Zemi takto obkrouží, má střed ve středu zemském. Důležité jsou pro nás průměty poledníku na nebeskou sféru. Význačné postavení má nultý poledník procházející Greenwichskou hvězdárnou v Anglii.
- c) Ekliptika – kružnice, po níž se po obloze zdánlivě pohybuje Slunce.
- d) Galaktický rovník – průmět roviny galaxie na oblohu.

Dalším důležitým pojmem je **jarní bod**. Ten je průsečíkem ekliptiky a průmětu zemského rovníku na oblohu. Takové body jsou dva, v jednom se Slunce nachází v podzimní rovnodennosti (podzimní bod), ve druhém v jarní rovnodennosti. Jarní bod je často označován stejně jako znamení berana  $\Upsilon$ , což vede k úvaze, že se nachází v tomto souhvězdí. V důsledku precese zemské osy se posunulo do souhvězdí ryb (správně tedy lidé narození okolo rovnodennosti nejsou berani, ale ryby... , ale vzhledem k efektivitě horoskopů můžete klidně číst to co doposud).

V tuto chvíli jsme již připraveni seznámit se s hlavními systémy souřadnic používaných v astronomii.

### Obzorníková / azimutální soustava

Obzorníková nebo též azimutální soustava je spojena s místem pozorování (topocentrická); základní rovinou, ke které vztahujeme měření, je horizont – rovina tečná na místo pozorování.

Hlavní směr je na severní polokouli určen na jih, opisující poledník. Pro zadání jednoznačné polohy nám stačí azimut  $A$ , kde  $A \in \langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$ . Výška se měří po poledníku, a je tedy kolmá na horizont – označíme ji  $h$ , kde  $h \in \langle -90^\circ, 90^\circ \rangle$ , horizont leží v poloze  $0^\circ$ .

Krom výšky si můžeme také zavést zenitovou vzdálenost. Zenit nebo také nadhlavník je bod přímo nad pozorovatelem, vztážený k poloze pozorovatele (přímo pod pozorovatelem je pak nadir čili podnožník). Můžeme si zavést parametr zenitová vzdálenost  $z$ , což je doplněk výšky do  $90^\circ$ . Soustava je levotočivá a transformujeme dle vztahů

$$x = r \cos h \cos A ,$$

$$y = r \cos h \sin A ,$$

$$z = r \sin h .$$

### Ekvatoriální soustava I. druhu

Soustava je topocentrická. Základním směrem je opět směr na jih po místním poledníku, základní rovinou je rovina rovníku. Soustava je levotočivá. Význačnými body této soustavy jsou průsečíky místního poledníku s rovinou rovníku. Používanými souřadnicemi jsou hodinový úhel  $t$ , narůstající směrem na západ, kde  $t \in \langle 0^h, 24^h \rangle$  popř.  $t \in \langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$  a deklinace  $\delta$ , kde  $\delta \in \langle -90^\circ, 90^\circ \rangle$ . Pozor, deklinace a výška v azimutální soustavě se zpravidla neshodují. Analogicky k zenitové vzdálenosti si můžeme zadefinovat také pólovou vzdálenost, kterou je doplněk deklinace do  $90^\circ$ .

Dále si můžeme nadefinovat **hodinový úhel hvězdy**, který svírá deklinační kružnice (kružnice, jejíž střed by ležel v zemském středu a její rovina svírá s rovinou rovníku úhel rovný deklinaci hvězdy) proložená hvězdou s místním poledníkem, počítaný ve směru denního pohybu hvězdy. Transformační vztahy pak jsou

$$x = r \cos \delta \cos t ,$$

$$y = r \cos \delta \sin t ,$$

$$z = r \sin \delta .$$

### Ekvatoriální soustava II. druhu

Ekvatoriální soustava II. druhu je zřejmě nejpoužívanější astronomickou soustavou. Je spojena se zemí (geocentrická) a je pravotočivá. Hlavní rovinou je rovník, význačným směrem je směr k jarnímu bodu. Souřadnicemi jsou rektascenze (RA), označená  $\alpha$  a deklinace (dec), značená  $\delta$ . Rektascenze narůstá na východ (tedy proti dennímu pohybu hvězdy, která na východě vyjde a přes den se nám pohybuje na západ),  $\alpha \in \langle 0^h, 24^h \rangle$ , popř.  $\alpha \in \langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$ , deklinace  $\delta \in \langle -90^\circ, 90^\circ \rangle$ .

Pól těchto souřadnic je v souhvězdí jednorozce (zkratka Uni). Narodil od souřadnic I. druhu se tyto souřadnice téměř nemění v čase, což je ideální pro popis polohy nebeských těles. Jak již bylo výše zmíněno, vzhledem k precesi se mění poloha jarního bodu (změna ale není bůhvíjak patrná, opsat precesní kružnici Země trvá jeden Platónský rok, což je 22 400 let). Tato změna je relativně malá, proto není třeba ji zahrnovat v každém výpočtu. Podíváme-li se však do astronomické ročenky, zjistíme, že polohy hvězd jsou udávány v J2000.0. Toto značí tzv. epochu. Znamená to, že dané polohy jsou vypočítány k referenčnímu bodu (pro aktuální epochu byl určen jako pravé poledne greenwichského času 1. ledna 2000). K tomuto bodu jsou vypočítány polohy hvězd. Předchozí epocha byla určena v roce 1950 a předpokládá se, že další bude určena opět v roce 2050. Polohy hvězd se v těchto epochách změní poměrně málo, ale každé zpřesnění polohy výrazně zpřesní astronomické pozorování. Transformační vztahy jsou

$$\begin{aligned}x &= r \cos \delta \cos \alpha, \\y &= r \cos \delta \sin \alpha, \\z &= r \sin \delta.\end{aligned}$$

### Ekliptikální soustava

Soustava je geocentrická, pravotočivá, hlavním směrem je směr k jarnímu bodu a za hlavní rovinu je zde považována rovina ekliptiky (s rovinou rovníku svírající úhel  $\varepsilon = 23^\circ 27'$ ). Používané souřadnice jsou ekliptikální délka  $\lambda$ , kde  $\lambda \in \langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$  a ekliptikální šířka  $\beta$ , kde  $\beta \in \langle -90^\circ, 90^\circ \rangle$ . Pól této soustavy se nachází v souhvězdí draka (zkratka Dra). Transformujeme podle

$$\begin{aligned}x &= r \cos \beta \cos \lambda, \\y &= r \cos \beta \sin \lambda, \\z &= r \sin \beta.\end{aligned}$$

### Galaktická soustava

Galaktická soustava byla definována na základě ekvatoriální soustavy. Hlavní rovinou je rovina, v níž leží průmět roviny galaxie na nebeskou sféru, tedy Mléčná dráha. Soustava je pravotočivá.

Vzhledem k tomu, že se jedná o neohraničený pás na obloze, byla hlavní rovina definována Mezinárodní Astronomickou Unií v roce 1958, tak, že s rovníkem tato rovina svírá inklinací úhel  $i = 62,6^\circ$ . Použité souřadnice jsou galaktická délka  $l$  a šířka  $b$ . Významným bodem, kde jsou obě souřadnice nulové, je zdroj Sagittarius A\* (Sag A\*, v ekvatoriálních souřadnicích RA  $17^h 45^m 37.224^s$  dec  $28^\circ 56' 10.23$  (J2000)), dobře detekovatelný pomocí rádiových dalekohledů,

který představuje centrum naší galaxie, tedy supermasivní černou díru. Pól míří do souhvězdí Vlasy Bereniky (zkratka Com). Transformační vztahy jsou

$$x = r \cos b \cos l,$$

$$y = r \cos b \sin l,$$

$$z = r \sin b.$$

Souřadnicových systémů si samozřejmě můžeme zavést mnoho, spojených s libovolným referenčním bodem (Často se stává, že potřebujete-li ovládat družici, nadefinujete si vlastní soustavu spojenou s její oběžnou dráhou apod. To se však většinou nedostane do světa a je to spíš interní záležitost centra, odkud se družice ovládá. Do databází se dostanou polohy objektů převedené typicky do Ekvatoriální soustavy II. druhu.). V astronomické praxi se však setkáme povětšinou pouze se zmíněnými soustavami. Tip: podívejte se na oblíbenou stránku většiny astronomů <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-fbasic>. Zadáte-li do vyhledávacího pole libovolné jméno hvězdy (kupříkladu Alpha Centauri), vyskočí vám její identifikace, včetně nejpoužívanějších souřadnic (libovolné FK je ekvatoriální soustava II. druhu).

### Hvězdný čas

Než se vrhneme na převod jednotlivých systémů souřadnic, zadefinujeme si ještě jeden pojem – **hvězdný čas**. Hvězdný čas je hodinový úhel jarního bodu.

V okamžiku svrchního průchodu průmětu jarního bodu místním poledníkem je  $0^h 0^m 0^s$ . Tedy je-li hodinový úhel jarního bodu  $15^\circ$  (čili  $1^h$ ), je **místní hvězdný čas** (neplést s hvězdným časem)  $1^h$  a ve své maximální výšce (tzv v kulminaci) se nachází hvězdy s rektascenzí  $1^h$ . Zapadá-li jarní bod, je  $6^h$  hvězdného času, v dolní kulminaci je  $12^h$  hvězdného času.

Z uvedeného příkladu je patrné, že pro určení hvězdného času potřebujeme znát hodinový úhel jarního bodu a rektascenzi hvězdy. Hvězdný čas označíme písmenkem  $S$ , místní hvězdný čas písmenkem  $t$  a pak platí

$$S = \alpha + t.$$

Aby to nebylo tak jednoduché, tak hvězdný den (též siderický), tedy jedno otočení země vzhledem k hvězdám, je jiný než sluneční den (též synodický), který je definován jako doba mezi dvěma průchody slunce místním poledníkem. Siderický den je 23 hodin, 56 minut, 4,091 sekund, kdežto synodický den je 24 hodin. Tento rozdíl vedl k zavedení přestupného roku.

### Transformace souřadnic

Celý nápad schovaný za transformací jednoho astronomického souřadného systému na druhý je v podstatě ohromně jednoduchý. Pořád se jedná o sférické systémy, které jsou vůči sobě nějak otočeny. Nejelegantnější způsob, jakým lze najít transformační vztah mezi jednotlivými souřadnými systémy, je pomocí transformačních matic. Avšak ti, kteří nevědí, jak s nimi zacházet, nemusejí věšet hlavu. Stačí jednoduché trigonometrické vztahy pro kosinus rozdílu úhlů atp. (samozřejmě mějme na paměti, že obloukové délky zde vyjadřujeme ve stupních, jsme na sférickém trojúhelníku). Pro milovníky matic je na <http://fykos.cz/serial> přehled matic otočení a příklad jedné souřadnicové transformace.

Bez matic postup není nerealizovatelný, což si můžeme ukázat na příkladu obzorníkového čili azimutálního systému a ekvatoriálních souřadnic I. druhu. Pro jednoduchost budeme souřadnice ekvatoriální značit indexem  $e$  a obzorníkové indexem  $o$ . Polohu na sféře můžeme v obou

případech vyjádřit v kartézských souřadnicích

$$\begin{aligned}
 x_e &= \cos \delta \cos t, \\
 y_e &= \cos \delta \sin t, \\
 z_e &= \sin \delta, \\
 & \\
 x_o &= \cos h \cos A, \\
 y_o &= \cos h \sin A, \\
 z_o &= \sin h.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Místem, které popisujeme, můžeme beztréstně vést přímku rovinou poledníku, která protne západovýchodní směr v průsečíku  $x$ -ových a  $y$ -ových os. Díky tomu můžeme popsat polohu bodu v obzorníkových souřadnicích pomocí otočení o zeměpisnou šířku  $\varphi$  vůči ekvatoriálním souřadnicím.

$$\begin{aligned}
 x_o &= x_e \cos(90^\circ - \varphi) - z_e \sin(90^\circ - \varphi), \\
 y_o &= y_e, \\
 z_o &= x_e \sin(90^\circ - \varphi) + z_e \cos(90^\circ - \varphi), \\
 x_e &= x_o \sin(90^\circ - \varphi) + z_o \cos(90^\circ - \varphi), \\
 y_e &= y_o, \\
 z_e &= x_o \cos(90^\circ - \varphi) - z_o \sin(90^\circ - \varphi).
 \end{aligned}$$

Do druhé trojice rovnic můžeme dosadit vyjádření souřadnic (1).

$$\begin{aligned}
 \cos \delta \cos t &= \sin h \sin(90^\circ - \varphi) + \cos h \cos(90^\circ - \varphi) \cos A, \\
 \cos \delta \cos t &= \cos h \sin A, \\
 \sin \delta &= \sin h \cos(90^\circ - \varphi) + \cos h \sin(90^\circ - \varphi) \cos A.
 \end{aligned}$$

Pokud chceme elegantnější tvar, můžeme použít zenitovou vzdálenost  $z = (90^\circ - h)$  a goniometrické identity a vztahy potom přepsat následujícím způsobem

$$\begin{aligned}
 \cos \delta \cos t &= \cos z \cos \varphi + \sin z \sin \varphi \cos A, \\
 \cos \delta \cos t &= \sin z \sin A, \\
 \sin \delta &= \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos A.
 \end{aligned}$$

Obdobně pokud bychom dosazovali do první trojice rovnic, dostaneme opačný převod.

### *Variace na Pogsonovu rovnici*

Pogsonova rovnice patří mezi nejzákladnější vztahy v astronomii. Už víme, jak popsat polohu hvězdy pomocí souřadného systému, řekneme si ještě něco o její jasnosti. Řecký astronom Hipparchos si řekl, že pro hvězdy vytvoří stupnici, kde jsou nejjasnější hvězdy označeny číslem

0, méně jasné 1 atp. Tohle dělení dalo základ popisu hvězd, které používáme dodnes. Jasnost hvězdy čili **hvězdnou velikost** (jednotka magnituda mag) máme dvoji. Jedna hvězdná velikost je zdánlivá (též relativní) jasnost, která jasnost objektu popisuje tak, jak ji vidíme ze Země. Druhá, absolutní hvězdná velikost, je jasnost vztahovaná na vzdálenost 10 parseků<sup>1</sup>.

Podle moderní definice zdánlivé hvězdné velikosti je etalonem hvězda Vega ze souhvězdí Lyry ( $\alpha$  Lyr), která má zdánlivou hvězdnou velikost 0 mag (podle novějších měření 0,03 mag). Základní vztah, který nám určuje relativní hvězdné velikosti, označené  $m$  s patřičnými indexy, je Pogsonova rovnice

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log_{10} \frac{F_1}{F_2}.$$

Člověk se občas zamyslí nad tím, proč je vztah logaritmický. Je to jednoduché – může za to historická definice. Lidské oko vidí v logaritmické škále a tento fakt se přenesl i do základního astronomického vztahu, 2,5 je jen naškálování pro moderní potřeby.

Na pravé straně mohou vystupovat různé veličiny. Výše je uveden vztah se světelným tokem  $F$ , který může nahradit také poměr intenzit  $I$ . Důležitou modifikací Pogsonovy rovnice je modul vzdálenosti. Víme totiž, že světelný tok je nepřímo úměrný kvadrátu vzdálenosti. Za referenční vzdálenost budeme považovat 10 parseků (pc). Výsledkem pak bude absolutní hvězdná velikost

$$m - M = 5 \log_{10} \frac{d}{10 \text{ pc}},$$

$$m - M = -5 + 5 \log_{10} \frac{d}{\text{pc}}.$$

Velké  $M$  označuje absolutní hvězdnou velikost, malé  $m$  pozorovanou a  $d$  označuje vzdálenost.

### Úloha I. S ... příklady

- Některé hvězdy jsou považovány za obtočné, čili cirkumpolární. Znamená to že jsou vidět po celý rok? Jaké hvězdy jsou v našich zeměpisných šířkách vidět po celý rok? Jaká souřadnice nám cirkumpolární hvězdy označuje? Jaká je situace u nás, na pólu a na rovníku? Pro ilustraci doporučuji stáhnout program Stellarium (<http://www.stellarium.org/>) (pod licencí GNU GPL, tedy ke stažení zdarma), kde si můžete zadat jakoukoliv zeměpisnou polohu a podívat se na jednotlivé situace.
- Srovnajte relativní hvězdné velikosti nejbližší hvězdy  $\alpha$  Centauri (7,76 pc daleko, zdánlivá hvězdná velikost  $-0,01$  mag) a Betelgeuze ( $\alpha$  Ori,  $\sim 200$  pc daleko, zdánlivá hvězdná velikost 0,42 mag). Jak by se nám hvězdy jevily, kdyby si vyměnily vzdálenosti? Diskutujte viditelnosti.
- Transformace a zase transformace. Zkuste si spočítat transformaci mezi galaktickými a ekvatoriálními souřadnicemi II. druhu. Výrazy nemusíte upravovat do verse uvedené v literatuře.
- Janap má ve zvyku občas se ztratit. Ona za to nemůže, občas se to stane. Tentokrát však s sebou měla theodolit. Zázračnou krabičku, která umí určit výšku hvězd nad obzorem. Změřila si polohy hvězd Arcturus a Capella a zaznamenala přesný čas. Arcturus měl 123,20 grad v 18:46:30, Capella 113,60 grad v 19:18:30. Kdepak se Janap nacházela?

<sup>1)</sup> O vzdálenostech si budeme povídat příště.

(Nezapomeňte, že výška hvězd je uváděna v gradech, horizont je na úrovni 100 gradiánů, plný úhel je 400 gradiánů).

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.