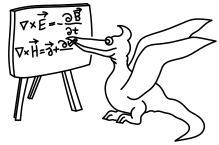

Seriál: Kupy galaxií a výlet do kosmologie

V uplynulých dílech seriálu jsme zjistili, že hvězdy se shlukují do galaxií, které můžeme rozdělit nejen podle jejich morfologie, ale i podle toho, jestli se jedná o galaxie aktivní nebo neaktivní. Pozorováním se ukázalo, že galaxie ve vesmíru nejsou rozprostřeny homogenně, ale na velkých škálách tvoří jakousi kosmickou síť. Tu si můžeme představit jako pěnu v koupeli. Bubliny jsou prázdný prostor mezi galaxiemi, stěny bublin jsou místa, která tvoří kosmickou síť a tam, kde se bubliny protínají, sedí kupy galaxií. Naše pozorování jsou samozřejmě omezená, nicméně numerické modely nám pomáhají nasimulovat vesmír ve velkých škálách. Zatím nejkomplexnější provedenou simulací je tzv. Millenium simulation[1], která simuluje vývoj vesmíru na krychli o straně 2 miliardy světelných let. Začíná ve chvíli, kdy je náš vesmír stár 0,2 miliardy let a končí v současnosti. Jasné body v této simulaci nejsou samotné galaxie, ale kupy galaxií.

Co je to kupa galaxií

Kupa galaxií je gravitačně vázaná skupina galaxií. Mohou jich být desítky, ale i tisíce. Ve viditelné části spektra vidíme pouze kolekci galaxií, pro které se jeví velmi nepravděpodobné, že by mohly být gravitačně svázány, neboť jejich radiální rychlosti jsou příliš velké. Chybějící hmota má dvě části, jednou z nich je tzv. *intercluster medium* – ICM, které představuje horký plyn, který je detekovatelný pouze na rentgenových vlnových délkách, neboť jeho teplota dosahuje 10^7 – 10^8 K. Jedná se především o brzdné záření (bremmstrahlung) a záření v emisních atomových čarách. Znalost morfologie tohoto plynu je pro nás velmi důležitá, neboť nese informace o historii kupy galaxií. Z rozložení teplot a chemického složení takového plynu se můžeme kupříkladu dozvědět, zda kupa galaxií interagovala s jinou kupou nebo jestli nějakou menší kupu pohltila.

Viditelná složka kup galaxií představuje asi 1 % hmoty kupy, ICM představuje cca 9 %. Zbylých 90 % představuje již nechvalně známá temná hmota. Kupy galaxií byly mezi prvními systémy, kde byla temná hmota nepřímo pozorována.

Jak odvodit existenci temné hmoty

Existenci temné hmoty jsme ukázali už pro galaxie. Jak se dokazuje pro kupy galaxií? Pomocí tzv. viriálového teorému, který vyjadřuje poměrně jednoduchou skutečnost. Dává do spojitosti středovanou potenciální energii $\langle V \rangle$ a středovanou kinetickou energii $\langle K_T \rangle$ stabilního systému N částic, který je vázán potenciální energií systému

$$2\langle K_T \rangle = -\sum_{k=1}^{N} \langle V_k \rangle \,.$$

Předpokládejme, že systém je mechanicky stacionární. Radiální vektor od místa v kupě k určité galaxii o hmotnosti M_σ si označíme $\boldsymbol{r}_\sigma$. Výslednou sílu působící na testovací galaxii

[1] Simulaci můžete zkouknout třeba na `http://www.youtube.com/watch?v=jzFbLHLJhnM`, popřípadě o ní zjistit víc informací na její domovské stránce `http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/`.

můžeme napsat jako

$$M_\sigma \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}_\sigma}{\mathrm{d}t^2} = \boldsymbol{F}_\sigma \,,$$

po skalárním vynásobení dostaneme tvar

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(M_\sigma r_\sigma^2\right) = \boldsymbol{r}_\sigma \cdot \boldsymbol{F}_\sigma + M_\sigma \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_\sigma}{\mathrm{d}t}\right)^2 .$$

Sečteme příspěvky od všech galaxií v kupě a vyjádříme si viriál (čili vlastně potenciální energii, ale aby viriál Vir byl potenciální energií, budeme ho muset vystředovat). Polární moment hybnosti je

$$\Theta = \sum_{\sigma=1}^{N} M_\sigma r_\sigma^2$$

$$Vir = \sum_{\sigma=1}^{N} \boldsymbol{r}_\sigma \boldsymbol{F}_\sigma \,.$$

Pokud si K_T označíme součet kinetických energií, můžeme výše napsané skalární roznásobení napsat jako

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2\Theta}{\mathrm{d}t^2} = Vir + 2K_T \,.$$

Vzpomeneme si na náš počáteční předpoklad stacionárního systému. V takovém systému je změna momentu hybnosti konstantní, respektive osciluje kolem konstantní hodnoty. Zavedeme-li takový předpoklad, pak

$$Vir = -2K_T \,, \quad Vir = E_\mathrm{p} \,,$$

potenciální energie v tomto případě je energií gravitační. Můžeme pak napsat

$$E_\mathrm{p} = -\sum_{\sigma<\gamma} \frac{GM_\sigma M_\gamma}{r_{\sigma\gamma}} \,,$$

$$-E_\mathrm{p} = 2K_T = \sum_{\sigma} M_\sigma \overline{v_\sigma^2} \,,$$

kde v_σ je rychlost galaxie. Zkusme předpokládat, že galaxie jsou uniformně distribuované ve sféře o poloměru R, jejíž potenciální energii spočítáme jako gravitační energii, kterou sféra drží pohromadě. Představme si, že je tvořena vzájemně na sebe působícími slupkami, každá slupka působí gravitačně na hmotu jí obepnutou, pak

$$\mathrm{d}E_p = -G\frac{\mathrm{d}m_{\mathrm{slupka}} m_{\mathrm{koule}}}{r} \,,$$

$$E_\mathrm{p} = -G\int_0^R \frac{(4\pi r^2 \varrho)(\frac{4}{3}\pi r^3 \varrho)}{r}\mathrm{d}r \,,$$

$$E_\mathrm{p} = -\frac{16\pi^2}{15} G\varrho^2 R^5 \,,$$

$$\varrho = \frac{\mathcal{M}}{V} = \frac{\mathcal{M}}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad \Rightarrow \quad E_p = -\frac{3}{5}\frac{G\mathcal{M}^2}{R} \,,$$

kde $\mathcal{M}$ značí celkovou hmotnost.

Uděláme ještě malou úpravu, rychlosti budeme středovat i přes hmotnosti (proto dvojité středování)

$$\sum_\sigma M_\sigma \overline{v_\sigma^2} = \mathcal{M}\overline{\overline{v^2}}$$

$$\mathcal{M} = \frac{5R\overline{\overline{v^2}}}{3G}\,.$$

Síla a viriál pak nabývají tvarů

$$\boldsymbol{F}_\sigma(r) = -\frac{G\mathcal{M}M_\sigma \boldsymbol{r}_\sigma}{R^3}\,,$$

$$Vir = \sum_\sigma \boldsymbol{r}_\sigma \boldsymbol{F}_\sigma = -\sum_\sigma \frac{G\mathcal{M}M_\sigma r_\sigma^2}{R^3}\,,$$

$$Vir = -2K_T = \sum_\sigma M_\sigma \overline{v_\sigma^2} \quad \Rightarrow \quad v_\sigma^2 = \frac{G\mathcal{M}r_\sigma^2}{R^3}\,.$$

Vztah pro potenciální energii, který bere v úvahu celkovou hmotnost kupy galaxií, je překvapivě silný, pokud je konfrontován s pozorováním. Měli jsme předpoklad sféričnosti kupy galaxií, ale není těžké zjistit, že perfektně sférické nejsou. Trochu si náš vztah naškálujeme. Vzájemné vzdálenosti naškálujeme na $R/10$ a budeme předpokládat, že většina hmoty je koncentrována ve dvou galaxiích o hmotnostech $\mathcal{M}/2$ a $\mathcal{M}/3$[2]. Vztahy pro potenciální energii můžeme následně přepsat

$$E_\mathrm{p} = -\frac{2{,}5G\mathcal{M}^2}{R}\,,\quad E'_\mathrm{p} = -\frac{\frac{10}{3}G\mathcal{M}^2}{R}\,.$$

E_p by měla řádově být stejná jako u původního odhadu a proto beztrestně můžeme napsat

$$2K_T = -E_p < \frac{3G\mathcal{M}^2}{5R}\,,$$

$$\mathcal{M} > \frac{3R\overline{v^2}}{5G}\,.$$

Z pozorování kupy galaxií v souhvězdí Vlasy Bereniky (*Coma berenices*), tzv. Coma cluster, bylo zjištěno, že $R = 2\cdot 10^6$ ly. Rychlost neznáme, pouze její průmět. Předpokládejme rozložení $\overline{\overline{v^2}} = 3\overline{\overline{v_\mathrm{los}^2}}$ (los = line of sight). Pak hmotnost přepíšeme jako

$$\mathcal{M} > \frac{\overline{\overline{v_\mathrm{los}^2}}}{5G}\,.$$

Porovnáme s napozorovaným průmětem $\overline{\overline{v_\mathrm{los}^2}} = 5\cdot 10^{15}\,\mathrm{cm^2\cdot s^{-2}}$, což implikuje $\mathcal{M} > 9\cdot 10^{46}$ g. Z celkové hmotnosti odhadneme průměrnou hmotnost galaxií jako $\overline{M} = 4{,}5\cdot 10^{10}M_\odot$. Změřená luminosita je $8{,}5\cdot 10^7 L_\odot$. Víme, že pro hvězdy platí $L \propto M^{3{,}5}$. Konverzní faktor je pro nám známé systémy cca 3,5, ale z pozorování pro kupy galaxií vyplývá, že by musel být asi 500, což

[2] Tento předpoklad není vůbec špatný, kupříkladu v případě kupy galaxií v Panně je centrální galaxií soustřeďující většinu hmoty galaxie M87.

je nesmysl. Udělali jsme snad chybu v předpokladu stacionarity? Pro nestacionární systém by platilo

$$2K_T + Vir \gtreqless 0\,,$$

což by pro vyšší potenciální energie znamenalo ještě vyšší hmotnosti a pro nižší by kupa galaxií nemohla držet pohromadě. Pro pozorovaný konverzní faktor by muselo platit $E > 0$ a $K_T \ll -E_p$, což je nesmysl, neboť takto by se kupy galaxií formovaly jen díky tomu, že se geometricky nachází blízko sebe a ne díky gravitačnímu působení. Jediným vysvětlením je tedy temná hmota.[3]

Kosmologie

Známe-li povahu většiny těles nacházejících se ve vesmíru, můžeme se zabývat vesmírem samotným a jeho vznikem. Obecně se přijímá, že vesmír vznikl okamžikem, který se nazývá *Velký třesk*. Co bylo před ním, je fyzikálně nezodpověditelné, neboť Velký třesk je okamžik, kdy vznikl čas a prostor. Od té doby se vesmír rozpíná. To má za následek základní kosmologický princip. Vzhledem k tomu, že vesmír vznikl defacto v bodě, nemůže mít žádný bod současného vesmíru privilegované postavení. V principu to znamená, že vesmír musí být homogenní a izotropní. Jak jsme si uvedli na začátku tohoto dílu seriálu, vesmír vypadá jako koupelnová pěna. Vezmeme-li si krychli o dostatečně velké hraně, budeme moci ukázat, že vesmír na skutečně velké škále homogenní a izotropní je. Přistoupíme-li na fakt, že vesmír se rozpíná, můžeme základní rysy chování vesmíru odvodit s použitím obyčejné newtonovské mechaniky.

Newtonovský model vesmíru

Předpokládejme, že pro rychlost rozpínání vesmíru platí $\boldsymbol{v} = H\boldsymbol{r}$, kde H je Hubbleova konstanta (každý nechť použije její libovolnou hodnotu, které fandí). Jak jsme zmiňovali v předchozích dílech seriálu, Hubbleova konstanta vlastně není tak konstantní a mění se v čase. Při časových derivacích tedy nesmíme zapomenout na tuto závislost. Představme si, jak by vypadal vesmír bez gravitace

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} &= 0\,,\\
\frac{\mathrm{d}H\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} &= \boldsymbol{r}\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} + H\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{r}\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} + (H\boldsymbol{r})H = 0\,,\\
\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} &= -H^2\,,
\end{aligned}$$

velikost Hubbleovy konstanty nám klesá, zintegrujeme-li tento vztah dostaneme

$$\frac{\mathrm{d}H}{H^2} = -\mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad H = \frac{1}{t}\,.$$

Toto je tempo klesání hodnoty Hubbleovy konstanty; bude-li působit i gravitace, Hubbleova konstanta bude s časem klesat rychleji.

Pro komplexnější model si zadefinujeme tzv. *škálovací faktor*. Jedná se o bezrozměrnou veličinu popisující velikost vesmíru v daný okamžik a charakterizuje jeho okamžité rozpínání.

[3] Analogický výpočet provedl astronom Fritz Zwicky ve své práci v první polovině 20. století. Právě on nabídl vysvětlení obrovských hmotností nepozorovanou hmotou.

Jedná se o bezrozměrnou veličinu. Pro současnost ($t = 0$) pro škálovací faktor platí $R(t = 0) = 1$, kdežto v momentě Velkého třesku by byl roven nule. Můžeme si vyjádřit vzdálenost mezi dvěma body v čase t

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}(0)R(t)\,,$$
$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{r}(0)\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\boldsymbol{r}(t)}{R(t)}\dot{R}(t)\,,$$
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{r}(t)H(t) \quad \Rightarrow \quad H = \frac{\dot{R}}{R}\,.$$

Rozpínání vesmíru může být navíc zrychlené/zpomalené. Pro vyjádření této skutečnosti byl zadefinován tzv. *decelerační parametr*, který je zadefinován jako

$$q = -\frac{R\ddot{R}}{R^2}\,.$$

Ve vlastním modelu zanedbáme tlak, hmotnost budeme považovat za konstantní a látku budeme brát za naprosto obyčejný prach uzavřený v kouli.

$$M = M_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 \varrho = \frac{4}{3}\pi r_0^3 \varrho_0 \rightarrow \varrho = \varrho_0 R^{-3}\,.$$

Zároveň víme, že síla působící na jednotku hmoty je dle Newtonova zákona úměrná R^{-2}. Zvolme si na hranicích koule testovací objekt o jednotkové hmotnosti, pak

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}v^2 - G\frac{M}{r}\,,\\ &= \frac{1}{2}(Hr)^2 - G\frac{4}{3}\pi\varrho r^2\,,\\ &= \frac{1}{2}r_0^2R^2H^2 - \frac{4}{3}\pi G r_0^2 R^2 \varrho\,, \end{aligned}$$

což po upravení dá

$$\begin{aligned} \frac{3E}{4\pi G r_0^2 R^2} &= \frac{3H^2}{8\pi G} - \varrho\,,\\ &= \frac{3H_0^2}{8\pi G} - \varrho_0\,,\\ &= \frac{3\dot{R}^2}{8\pi G R^2} - \varrho\,. \end{aligned}$$

Je-li energie pozitivní, čas roste do nekonečna a hustota jde k nule, v takovém případě se rozpínání nezastaví a my budeme mít co do činění s tzv. *otevřeným vesmírem*. Při záporné energii tomu bude přesně opačně a vesmír se po čase začne smršťovat. Ukazuje se, že pro vesmír zřejmě platí $E = 0$, což je vesmír s tzv. kritickou hustotou, která je funkce okamžité Hubbleovy konstanty. Pro současnost platí

$$\varrho_k = \frac{3H_0}{8\pi G}\,.$$

Zkusme si vyřešit, jak by při $E = 0$ vypadal vesmír plný prachu.

$$\frac{3\dot{R}^2}{8\pi G R^2} = \varrho = \frac{\varrho_0}{R^3}\,,$$
$$\dot{R}\sqrt{R} = \sqrt{\frac{8\pi G\varrho_0}{3}}\,.$$

Vyřešíme metodou separace proměnných

$$R^{1/2}\mathrm{d}R = \left(\frac{8\pi G\varrho_0}{3}\right)^{1/2}\mathrm{d}t = H_0\mathrm{d}t\,,$$
$$\frac{2}{3}R^{3/2} = \left(\frac{8\pi G\varrho_0}{3}\right)^{1/2} t\,,$$
$$R = (6\pi G\varrho_0)^{1/3}t^{2/3}\,,$$
$$\varrho = \frac{\varrho_0}{R^3} = \frac{1}{6\pi G t^2}\,.$$

Konstanty schováme do k a můžeme psát

$$H = \frac{\dot{R}}{R} = \frac{k^{2/3}t^{-1/3}}{kt^{2/3}} = \frac{2}{3t}\,,$$
$$q = \frac{1}{2}\,.$$

Takový model platí pro náš blízký vesmír, ale neumí popsat větší oblasti, neboť nebere v úvahu záření. Pro případ záření bychom museli počítat s hustotou energie dělenou c^2. Decelerační parametr pro vesmír naplněný pouze zářením bude 1, hmotnost vesmíru bude s jejím rozpínáním klesat a pro čas by platilo $T = T_0\sqrt{t/t_0}$.

Pro určení geometrie vesmíru a další parametry nám už newtonovská fyzika nebude stačit a museli bychom uvažovat efekty obecné teorie relativity. V současné době je vesmír nekonečný, plochý, eukleidovský (trojúhelníky mají součet vnitřních úhlů 180°). Plochost vesmíru znamená, že poměr hustoty ke kritické hustotě je jednotkový (kdyby nebyl, vzdálené objekty by se nám zdály bližší/vzdálenější).

Jak dokázat správnost modelu

Kosmologické simulace stále trpí tím, že je velmi složité namodelovat vývoj vesmíru a zahrnout do něj látku, záření, temnou hmotu a ještě navíc exotickou temnou energii, která sice vyplňuje tři čtvrtiny vesmíru, ale nevíme o ní zhola nic, krom toho, že náš vesmír jistým způsobem udržuje na kritické hustotě. Zatímco vesmír v průběhu historie prošel fázemi, kdy mu dominovalo záření a později hmota, vypadá to, že jsme právě ve fázi, kdy dominuje temná energie. Ani jednu z těchto skutečností jsme samozřejmě v našem modelu nebrali do úvahy.

Samotný fakt, že dokážeme podpořit teorii Velkého třesku bez toho, abychom si pomáhali rozsáhlými simulacemi a jejich konfrontací se skutečností, je velkým úspěchem. Samotná teorie byla konkurující teorii statického vesmíru. Mezi těmito dvěma teoriemi se prakticky rozhodlo jediným objevem, a to objevem reliktního záření, ozvěny Velkého třesku. Záření samotné bylo objeveno v šedesátých letech, ale objev samotný nestačil. Proč? Záření bylo detekováno na přesně takové frekvenci (2,7 K) a přesně opisovalo křivku záření absolutně černého tělesa, kterou bychom očekávali. Pokud by totiž záření bylo dokonale homogenní, nemohlo by vysvětlit vznik nehomogenit, ze kterých se formovaly hvězdy a galaxie. V devadesátých letech byla vypuštěna družice COsmic Background Explorer (COBE), která potvrdila, že nehomogenity se v reliktním záření vyskytují. Pomocí nich můžeme dokonce detekovat kupy galaxií. Jak mohly takové nehomogenity vzniknout?

Poměrně ambiciózní a pravděpodobná teorie, která je umí vysvětlit, je takzvaná inflační fáze vesmíru, kterou jsme vůbec nezahrnovali do našeho jednoduchého newtonovského modelu. Původně homogenní vesmír se poměrně spořádaně rozpínal a řídnul, nicméně ono řídnutí zjevně způsobilo, že se ke slovu dostalo pseudovakuum s obrovskou energií, které vesmír doslova rozfouklo do obrovských rozměrů. Rozpínání vesmíru bylo v tu chvíli zrychlené, což znamená, že druhá derivace škálovacího faktoru bude pozitivní. Zajímavé je, že i dnes pozorujeme zrychlené rozpínání. Ono pseudovakuum v dnešní době převlékáme za temnou energii, která plní funkci kosmologické konstanty, která brání vesmíru, aby se při rozpínání nakonec úplně roztrhnul. Co se týče budoucnosti vesmíru, hustota temné energie se měnit nebude, ale hustota hmoty bude s rostoucími rozměry klesat, protože se nemění její celková hmotnost. A proto temná energie nakonec ve vesmíru převládne úplně.

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.