

**Úloha III.1 ... Wattův regulátor**

2 body; průměr 1,42; řešilo 52 studentů

Mějme dvě těžké kuličky. Každá z nich je připojena tyčkou do kloubu (z opačných stran). Obě koule se mohou vychylovat pouze v jedné svislé rovině. Celou soustavou začneme otáčet okolo svislé osy procházející kloubkem. Jak závisí odchylka tyček na úhlové rychlosti?

Regulovčík Lukáš.

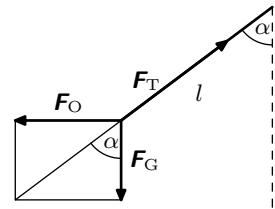
Úlohu nejsnadněji vyřešíme v neinerciální vztažné soustavě rotující společně s regulátorem. Na kuličku působí celkem tři síly – tíhová  $\mathbf{F}_G$ , odstředivá  $\mathbf{F}_O$  a reakce tyčky  $\mathbf{F}_T$ . Pokusme se najít podmítku, kdy budou síly vyrovnané (obrázek 1). Z jednoduché trigonometrie máme

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{|\mathbf{F}_O|}{|\mathbf{F}_G|} = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g},$$

kde  $g$  je tíhové zrychlení a  $l$  délka tyčky od kloubu ke kuličce.

Nyní už je vidět první řešení  $\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ , označme jej „povislé“. Dále uvažujeme jen  $\sin \alpha \neq 0$  a můžeme jím tedy dělit. Úpravou rovnice získáme vztah pro  $\alpha$ .

Obr. 1



$$\frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\omega^2 l}{g} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arccos \left( \frac{g}{\omega^2 l} \right). \quad (1)$$

Nezapomeňme, že poslední úpravu můžeme udělat jen s předpokladem

$$\omega^2 l \geq g \quad (2)$$

kvůli definičnímu oboru funkce arccos.

Jak výsledky fyzikálně interpretovat? Povislé řešení je za obvyklých okolností (2) labilní a stabilní výchylka kuliček závisí na rychlosti  $\omega$  podle (1). Pokud však (2) neplatí, výchylka kuliček pak na rychlosti  $\omega$  nezávisí ( $\alpha = 0$ ) a regulátor nefunguje.

**Poznámky k došlým řešením**

Téměř všichni z vás zapomnali uvažovat podmínky, za nichž mohou provádět úpravy vztahů a kdy jsou výsledné vzorce platné. Stačí se podívat na (1) při  $\omega = 0$  a je jasné, že nemůže platit vždy. Pouze Filip Ayazi, Veronika Dočkalová a Patrik Švančara uvažovali podmítku (2), vysloužili si tak bod navíc.

Část řešitelů pouze odvodila nějaký vztah pro  $\alpha$ , v němž však ponechali  $r$ , které samotně závisí na  $\alpha$ .

Michal Koutný  
michal@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštívte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.