

Úloha III.1 ... Wattův regulátor

2 body; průměr 1,42; řešilo 52 studentů

Mějme dvě těžké kuličky. Každá z nich je připojena tyčkou do kloubu (z opačných stran). Obě koule se mohou vychylovat pouze v jedné svislé rovině. Celou soustavou začneme otáčet okolo svislé osy procházející kloubkem. Jak závisí odchylna tyček na úhlové rychlosti?

Regulovčik Lukáš.

Úlohu nejsnadněji vyřešíme v neinerciální vztažné soustavě rotující společně s regulátorem. Na kuličku působí celkem tři síly – tíhová \mathbf{F}_G , odstředivá \mathbf{F}_O a reakce tyčky \mathbf{F}_T . Pokusme se najít podmínku, kdy budou síly vyrovnané (obrázek 1). Z jednoduché trigonometrie máme

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{|\mathbf{F}_O|}{|\mathbf{F}_G|} = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g},$$

kde g je tíhové zrychlení a l délka tyčky od kloubu ke kuličce.

Nyní už je vidět první řešení $\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$, označme jej „povislé“. Dále uvažujeme jen $\sin \alpha \neq 0$ a můžeme jím tedy dělit. Úpravou rovnice získáme vztah pro α .

$$\frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\omega^2 l}{g} \Rightarrow \alpha = \arccos \left(\frac{g}{\omega^2 l} \right). \quad (1)$$

Nezapomeňme, že poslední úpravu můžeme udělat jen s předpokladem

$$\omega^2 l \geq g \quad (2)$$

kvůli definičnímu oboru funkce arccos.

Jak výsledky fyzikálně interpretovat? Povislé řešení je za obvyklých okolností (2) labilní a stabilní výchylka kuliček závisí na rychlosti ω podle (1). Pokud však (2) neplatí, výchylka kuliček pak na rychlosti ω nezávisí ($\alpha = 0$) a regulátor nefunguje.

Poznámky k došlým řešením

Téměř všichni z vás zapomínali uvažovat podmínky, za nichž mohou provádět úpravy vztahů a kdy jsou výsledné vzorce platné. Stačí se podívat na (1) při $\omega = 0$ a je jasné, že nemůže platit vždy. Pouze *Filip Ayazi*, *Veronika Dočkalová* a *Patrik Švančara* uvažovali podmínku (2), vysloužili si tak bod navíc.

Část řešitelů pouze odvodila nějaký vztah pro α , v němž však ponechali r , které samotné závisí na α .

Michal Koutný
michal@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.