

Úvodem

Drazí FYKOSáci,

s bolestí v srdci Vám oznamujeme, že letošní ročník FYKOSu se nezadržitelně blíží ke svému konci. Nicméně nezoufejte, nepropadejte panice a nepáchejte hromadnou sebevraždu, stále ještě máte šanci vyřádit se na této, pro tento rok poslední, sérii, což lze vřele doporučit už jen proto, že body, které získáte, budou spolurozhodovat o možnosti účastnit se podzimního soustředění, takže s chutí do toho!

Organizátoři



Zadání VI. série



Termín uploadu: 21. 5. 2013 20.00

Termín odeslání: 20. 5. 2013

Úloha VI.1 ... ne zcela chutné pití vody

2 body

Pták Fykosák jednoho dne vypil 2 dcl vody. Uběhlo milénium a všechna voda na Zemi se stihla mezitím promíchat. Když teď pták znovu vypije 2 dcl vody, kolik molekul z vody, co vypil právě před milénium, v nich bude?

Úloha VI.2 ... roztržitý drát

2 body

Jak by musel být minimálně dlouhý ocelový drát ve stočeném stavu, aby se při volném zavěšení za jeho jeden konec přetrhl? Používáme ocelový drát o hustotě $\rho = 7900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, průměru $D = 1 \text{ mm}$ a mezi pevnosti $\sigma_{\text{max}} = 400 \text{ MPa}$. Uvažujte, že jsme v homogenním tíhovém poli o intenzitě $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Bonus Uvažujte teď nejdelší drát, který se ještě nepřetrhne. O kolik procent se protáhne po zavěšení? Youngův modul pružnosti v tahu použité oceli je $E = 200 \text{ GPa}$.

Úloha VI.3 ... utopená čočka

4 body

Jestliže do vzdálenosti p od tenké čočky vyrobené ze skla o indexu lomu n_s umístíme předmět, podaří se nám zachytit jeho obraz na stínítku ve vzdálenosti d od ní. Čočku a předmět beze změny vzájemně vzdálenosti poté ponoříme do kapaliny o indexu lomu n . Za jakých podmínek budeme nyní schopni zachytit obraz předmětu na stínítku a v jaké vzdálenosti x od čočky to bude?

Úloha VI.4 ... nalévání čaje do várnice v menze

4 body

O kolik se zvýší rychlost čepování čaje v_0 , pokud je do várnice právě doléván? Průměr várnice je D , průměr proudu dolévaného čaje je d právě při dopadu na hladinu. Čaj naléváme z výšky h nad hladinou, která je ve výšce H nad středem otvoru. Průměr otvoru, jímž čaj vytéká, je mnohem menší než D . Zanedbejte veškeré tření.

Úloha VI.5 ... problémy baseballistů

4 body

Mějme hráče baseballu, který drží v rukou baseballovou pálku délky L a hmotnosti m a chystá se na odpal míčku. Jako vhodné přiblížení se držme toho, že hráč může otáčet pálkou jen okolo fixované osy, která je kolmá na osu páčky a prochází na jejím konci rukama odpalujícího hráče. Pálkou otáčí úhlovou rychlostí ω . V jaké vzdálenosti l od konce páčky má hráč odpálit míček, aby nárazová síla na hráčovy ruce byla co nejmenší? Pálka je tenká homogenní tyč.

Úloha VI.P ... vypni to – nejde to

5 bodů

Kolik lidí dokáže za sekundu usmrtit nestíněný jaderný reaktor?

Úloha VI.E ... ztroskotání balónu

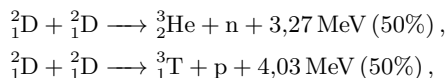
8 bodů

Když pustíte nafukovací balónek z výšky, po chvíli bude padat s přibližně konstantní rychlostí. Změřte, jak závisí tato rychlost na velikosti balónku a na hmotnosti závaží, které pod něj zavěsíte.

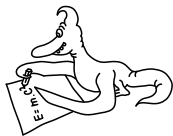
Úloha VI.S ... seriálová

6 bodů

- Spočtete dobu udržení energie v tokamaku COMPASS, kde je energie plazmatu 5 kJ a ohmický ohřev 300 kW.
- Spočtete, jaký alfa ohřev by byl v tokamaku COMPASS, pokud by v něm hořela DT směs. Typická teplota plazmatu je 1 keV, hustota 10^{20} m^{-3} , objem plazmatu cca 1 m^3 . Při uvážení ohmického ohřevu z předešlého příkladu spočtete Q .
- S využitím obrázku v textu seriálu a znalosti DD reakce



kde opět 3/4 energie v první reakci odnáší neutron, spočtete celkový ohřev plazmatu, který se vyvine během jedné DD reakce (uvažujte, že následně proběhne i DT fúze s produktem druhé reakce), a odhadněte nároky na dobu udržení při hustotě 10^{20} m^{-3} a teplotě 10 keV.



Řešení V. série

Úloha V.1 ... vaříme oceány

2 body; průměr 1,60; řešilo 45 studentů

Odhadněte, kolik energie by bylo potřeba na odpaření všech pozemských oceánů.

Karel si byl zaplavat a bylo mu zima.

Abychom vodu odpařili, potřebujeme ji napřed ohřát na bod varu a následně dodat skupenské teplo varu. Budeme předpokládat, že voda má průměrnou teplotu T a její hmotnost je m . Pak na ohřátí na $100\text{ }^\circ\text{C}$ budeme potřebovat teplo

$$Q_o = mc(T_v - T),$$

kde c je měrná tepelná kapacita a T_v je teplota varu, v případě vody tedy $T_v = 373\text{ K}$. Poté již potřebujeme dodat teplo

$$Q_v = ml_v,$$

kde l_v je měrné skupenské teplo varu.

Zjistíme¹, že průměrná teplota oceánů je přibližně $2\text{ }^\circ\text{C}$, tedy $T = 275\text{ K}$. Hmotnost vody v oceánech² je $m = 1,37 \cdot 10^{21}\text{ kg}$. Měrnou tepelnou kapacitu budeme³ uvažovat jako $c = 4000\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Měrné skupenské teplo varu budeme brát jako $l_v = 2300\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, kde jsme u posledních dvou určení využili znalosti množství soli v mořské vodě (konkrétně uvažujeme 35 ppt).⁴

Ve výpočtu jsme zanedbali měnící se podmínky během vypařování, např. změnu salinity, a pak změnu atmosférických podmínek.

Výsledné množství tepla je dáno součtem tepla na ohřev Q_o a tepla na vypaření Q_v , tedy

$$Q = m[c(T_v - T) + l_v].$$

Číselně pro naše odhady veličin dostaneme $Q = 3,7 \cdot 10^{27}\text{ J}$.

Aleš Flandera

flandera.ales@fykos.cz

Úloha V.2 ... molekuly

2 body; průměr 1,70; řešilo 23 studentů

Předpokládejme, že při vypaření kapalinového tělesa o povrchu S dochází k jeho přeměně na jednotlivé molekuly, které lze považovat za elementární kapalinová tělíska, jejichž úhrnný povrch je ale podstatně větší než povrch původního tělesa. Znáte-li skupenské teplo vypařování vody $L = 2,1 \cdot 10^6\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ a povrchové napětí vody (energie připadající na plošnou jednotku povrchu kapaliny) $\alpha = 7,2 \cdot 10^{-2}\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, odhadněte velikost jejich molekul.

Dominika se zamýšlela nad velikostí molekul.

¹http://www.savethesea.org/STS%20ocean_facts.htm

²<http://hypertextbook.com/facts/1998/AvijeetDut.shtml>

³http://web.mit.edu/seawater/Seawater_Property_Tables.pdf

⁴<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/chemical/seawater.html>

Energie potřebná k vypaření vody o hmotnosti M zahřáté na teplotu vypařování je rovna

$$E_v = LM.$$

Změna povrchové energie při vypaření vody o hmotnosti M je

$$\Delta E_S = \alpha \left(\frac{M}{m} S_n - S \right),$$

kde m je hmotnost molekuly, S_n je povrch molekuly a S je původní povrch kapaliny.

Změna povrchové energie se musí rovnat energii dodané. V naší aproximaci předpokládáme, že nová plocha kapaliny (člen $S_n M/m$) je mnohem větší než původní plocha S , tu tedy můžeme zanedbat. Dále platí $L = \Delta E_S/M$. Potom platí

$$L = \frac{\alpha S_n}{m}.$$

Jelikož nám nejde o přesnou hodnotu, ale pouze o řádový odhad, můžeme předpokládat, že molekula vody má tvar koule, její plocha je tedy

$$S_n = 4\pi r^2,$$

hmotnost molekuly spočteme snadno pomocí relativní molekulové hmotnosti M_r a atomové hmotnostní konstanty m_u

$$m = M_r m_u.$$

Tyto vztahy dosadíme do výše uvedené rovnice a vyjádříme

$$r = \sqrt{\frac{LM_r m_u}{4\pi\alpha}}.$$

Po dosazení $M_r = 18$, $m_u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg vychází $r \doteq 2,63 \cdot 10^{-10}$ m neboli $2,63 \text{ \AA}$ (angström – často používaná jednotka při vyjadřování velikostí atomů, délky chemických vazeb atp.)

Srovnáme-li potom náš výsledek s reálnými rozměry molekuly vody, zjistíme, že vzdálenost atomu vodíku a kyslíku v molekule vody je přibližně $0,96 \text{ \AA}$. Vidíme tedy, že náš odhad, ačkoli vycházel z velice jednoduchých úvah, dává relativně přesné (řádově správné) výsledky.

Zdeněk Jakub

zdenekjakub@fykos.cz

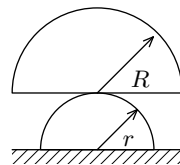
Úloha V.3 ... plážové válení

4 body; průměr 3,68; řešilo 22 studentů

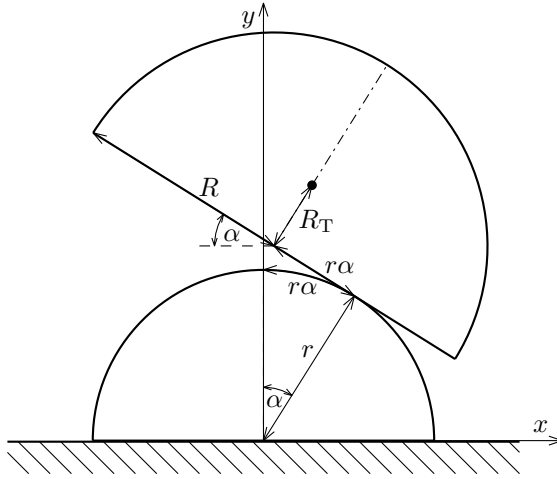
Mějme dva půlválce ležící na sobě jako na obrázku. Spodní má poloměr r a horní poloměr R . Pro jaký poloměr R s pevným r je soustava stabilní?

Bonus V případech, kdy je soustava stabilní (pokud vychýlíme vrchní válec z rovnovážné polohy, tak začne provádět malé kmity), s jakou periodou bude kmitat?

Karel neměl co dělat, a tak se válel.



Při řešení budeme předpokládat, že se tělesa po sobě pouze valí, tedy nedojde se smýkání, a spodní těleso se nepohybuje. V tom případě můžeme polohu horního půlválce oproti poloze na obrázku v zadání popsat jednou souřadnicí, soustava má jeden stupeň volnosti. Dále nezáleží na tom, jakou souřadnici zvolíme, např. úhel α dle obrázku 1.

Obr. 1: Horní půlválec v obecné poloze popsané úhlem α .

Aby byla soustava stabilní, při vychýlení z rovnovážné polohy musí působit taková síla, popř. takový moment síly, která vychýlené těleso vrací zpět. Jestliže horní půlválec leží na spodním, dotýkají se na úsečce, kterou v každé poloze můžeme považovat za osu otáčení. Tlaková síla, která působí mezi půlválci, tuto osu protíná, stejně tak síla třecí, obě proto mají vzhledem k této ose nulový moment. Nenulový moment má síla tíhová působící na horní půlválec v jeho těžišti.

Vyjádříme polohu těžiště horního půlválce v závislosti na úhlu α . K tomu potřebujeme znát vzdálenost na obrázku 1 označenou R_T , tedy polohu těžiště půlkruhu vzhledem k jeho středu. Využijeme např. první Pappos-Guldinovy věty, která říká, že objem rotačního tělesa (v našem případě by šlo o kouli s objemem $4\pi R^3/3$) je roven součinu délky trajektorie, kterou při rotaci urazí těžiště (tedy $2\pi R_T$), a obsahu plochy, kterou rotujeme (půlkruh, tedy $\pi R^2/2$), tj.

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 2\pi R_T \frac{\pi R^2}{2} \Rightarrow R_T = \frac{4R}{3\pi}.$$

Pak z obrázku je poloha těžiště horního půlkruhu

$$x_T = r \sin \alpha - r\alpha \cos \alpha + R_T \sin \alpha = \left(\frac{4R}{3\pi} + r\right) \sin \alpha - r\alpha \cos \alpha,$$

$$y_T = r \cos \alpha + r\alpha \sin \alpha + R_T \cos \alpha = \left(\frac{4R}{3\pi} + r\right) \cos \alpha + r\alpha \sin \alpha.$$

Nyní se již můžeme vrátit ke stabilitě. Aby moment tíhové síly působící na horní půlválec jej po vychýlení z rovnovážné polohy vracel zpět, musí platit

$$x_T < r \sin \alpha \Rightarrow \frac{4R}{3\pi r} < \frac{\alpha}{\operatorname{tg} \alpha},$$

tedy horizontální poloha těžiště horního půlválce (resp. přímkou, na které leží tíhová síla na něj působící) musí být blíže k ose dolního půlválce, než je bod dotyku, pak moment tíhové síly

bude půlválec vracet do rovnovážné polohy. Zkoumáme, kdy poloha $\alpha = 0$ je stabilní, toto tedy dosadíme. Výraz na pravé straně je neurčitý výraz typu $0/0$, buď tedy vypočítáme limitu, nebo si vykreslíme graf této funkce a zjistíme, že musí platit

$$\frac{4R}{3\pi r} < 1 \quad \Rightarrow \quad R < \frac{3\pi r}{4}.$$

Stabilita by šla vyřešit i pomocí potenciální energie. Aby byla poloha stabilní, potenciální energie tělesa v rovnovážné poloze musí mít minimum. Potenciální energie horního půlválce je přímo úměrná vertikální poloze těžiště y_T , stačí tedy zjistit, pro jaké R má funkce $y_T(\alpha)$ v bodě $\alpha = 0$ minimum. Aby funkce měla v nějakém bodě minimum, musí být první derivace nulová a druhá kladná, tedy

$$\left. \frac{\partial y_T}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 y_T}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha=0} > 0.$$

Provedeme příslušné derivace

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_T}{\partial \alpha} &= -\frac{4R}{3\pi} \sin \alpha + r \alpha \cos \alpha, \\ \frac{\partial^2 y_T}{\partial \alpha^2} &= \left(r - \frac{4R}{3\pi} \right) \cos \alpha - r \alpha \sin \alpha \end{aligned}$$

a z druhé derivace (podmínka plynoucí z první derivace je triviální) dostaneme stejnou podmínku jako postupem výše.

Z tvaru potenciální energie (pokud bychom si vykreslili její průběh v závislosti na α) je též vidět, že ačkoliv je pro některá R je poloha stabilní, existuje takový úhel α , pro který má potenciální energie maximum a dále začne opět klesat. Tedy, jestliže vychýlíme horní půlválec o větší úhel (popř. mu dáme takovou rychlost, aby tento mezní úhel překonal), spadne (opět zde neuvažujeme situaci, kdy by se začal smýkat).

Bonus

K výpočtu periody malých kmitů budeme potřebovat moment setrvačnosti horního válce vzhledem k ose procházející jeho těžištěm. Nejprve určíme moment setrvačnosti vzhledem k ose válce. Jelikož moment setrvačnosti je aditivní veličina, bude moment setrvačnosti půlválce polovinou momentu setrvačnosti válce o stejném poloměru a výšce (který bude mít hmotnost $2m$), tedy

$$J = \frac{1}{2} m R^2.$$

Za pomoci Steinerovy věty poté určíme moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející těžištěm

$$J_T = J - m R_T^2 = m R^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2} \right).$$

Pohyb jakéhokoliv tuhého tělesa (jako je i náš půlválec) můžeme rozložit na translační pohyb libovolného jeho bodu a rotační pohyb vzhledem k ose procházející tímto bodem. Za tento bod

je vhodné si zvolit těžiště tělesa. Kinetická energie pohybu je pak rovna součtu kinetické energie translačního pohybu a kinetické energie rotačního pohybu, tedy

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}_T^2 + \frac{1}{2} J_T \dot{\alpha}^2 = \\ &= \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{4R}{3\pi} + r \right) \dot{\alpha} \cos \alpha - r \dot{\alpha} \cos \alpha + r \dot{\alpha} \sin \alpha \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{2} m \left[- \left(\frac{4R}{3\pi} + r \right) \sin \alpha \dot{\alpha} - r \dot{\alpha} \sin \alpha + r \dot{\alpha} \cos \alpha \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{2} m R^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2} \right) \dot{\alpha}^2 = \\ &= \frac{1}{4} m (R^2 + 2r^2 \alpha^2) \dot{\alpha}^2, \end{aligned}$$

přičemž tečka označuje derivaci podle času, tedy \dot{x}_T je velikost rychlosti těžiště ve vodorovném směru (analogicky \dot{y}_T) a $\dot{\alpha}$ je úhlová rychlost rotačního pohybu.

Nulovou hladinu potenciální energie je pro další postup vhodné zvolit tak, aby v rovnovážné poloze (tedy pro $\alpha = 0$) byla nulová, tedy

$$E_p = mg(y_T - r - R_T) = mg \left[\left(\frac{4R}{3\pi} + r \right) \cos \alpha + r \alpha \sin \alpha - r - \frac{4R}{3\pi} \right].$$

Budeme předpokládat, že kmity jsou malé a můžeme použít aproximaci

$$\begin{aligned} \sin \alpha &\approx \alpha, \\ \cos \alpha &\approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}. \end{aligned}$$

Pak můžeme přepsat vztah pro potenciální energii

$$E_p \approx mg \left[\left(\frac{4R}{3\pi} + r \right) \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) + r \alpha^2 - r - \frac{4R}{3\pi} \right] = mg \left[r \alpha^2 - \left(\frac{4R}{3\pi} + r \right) \frac{\alpha^2}{2} \right].$$

Dále budeme předpokládat, že kmity jsou harmonické, tedy závislost výchylky α a úhlové rychlosti $\dot{\alpha}$ na čase t lze vyjádřit jako

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_m \sin \omega t, \\ \dot{\alpha} &= \omega \alpha_m \cos \omega t, \end{aligned}$$

kde α_m je amplituda a $\omega = 2\pi/T$ je úhlová frekvence kmitů, přičemž T je jejich perioda.

Vzhledem ke zvolené hladině nulové potenciální energie je v rovnovážné poloze potenciální energie nulová, a tedy kinetická energie je maximální. Naopak při maximální výchylce α_m je potenciální energie maximální a kinetická energie nulová. Vzhledem k zákonu zachování mechanické energie musí být potenciální energie při maximální výchylce (kdy $\alpha = \alpha_m$ a $\dot{\alpha} = 0$) rovna kinetické energii v rovnovážné poloze (kdy $\alpha = 0$ a $\dot{\alpha} = \omega \alpha_m$), tedy

$$mg \left[r \alpha_m^2 - \left(\frac{4R}{3\pi} + r \right) \frac{\alpha_m^2}{2} \right] = \frac{1}{4} m R^2 \omega^2 \alpha_m^2,$$

odkud

$$\omega = \sqrt{\frac{g(6\pi r - 8R)}{3\pi R^2}},$$

tedy perioda kmitů je

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{12\pi^3 R^2}{g(6\pi r - 8R)}}.$$

Povšimněme si, že výraz pro periodu kmitů má smysl pouze pro $R < 3\pi r/4$, což je stejný výsledek, jako jsme dostali výše.

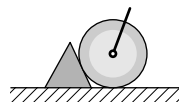
Tomáš Pikálek
pikos@fykos.cz

Úloha V.4 . . . zašpalkovat

4 body; průměr 2,14; řešilo 21 studentů

Může zašpalkované letadlo pustit motory na zemi na plný tah a zůstat na místě? Pokuste se o obecné vyjádření uvažující různé materiály kola, špalku i podlahy. Změní se to, bude-li špalek vysoký akorát na dotek kola?

Michal obdivoval letiště.



Celá úloha je o hledání všech možných zásadních vlivů na zastavení pohybu kola, takže si musíme určit faktory, které budou celou situaci ovlivňovat.

V úloze použijeme tyto veličiny: tíhovou sílu letadla F_L , tahovou sílu F_T , tíhovou sílu špalku F_Z , úhel α_1 , který určuje naklonění roviny špalku, úhel α_2 , který je druhým úhlem špalku při rovině, a konečně koeficient smykového tření mezi špalkem a ranvejí f_{ZR} . Dále u kola bychom mohli zavést konstantu pro rameno valivého odporu závisující na materiálu kola a ranveje, avšak jejich vliv je oproti ostatním zanedbatelný, neboť $r_k/\zeta \sim 0,01$, kde ζ je užito pro rameno valivého odporu a r_k pro poloměr kola.

Také by asi bylo správné si říct několik předpokladů: letadlo má tryskový pohon nebo přední vrtuli a nepoužívá motory umístěné v kolech. Letadlo má těžiště dostatečně vzadu, aby se nepřevrátilo. A samozřejmě neuvažujeme Harrier.

Jako první vyšetříme stabilitu klínu a letadla. Na obrázku máme zobrazeny síly. Z rozložení sil můžeme určit první třecí sílu T_{ZR} působící mezi ranvejí a špalkem

$$T_{ZR} = F_T,$$

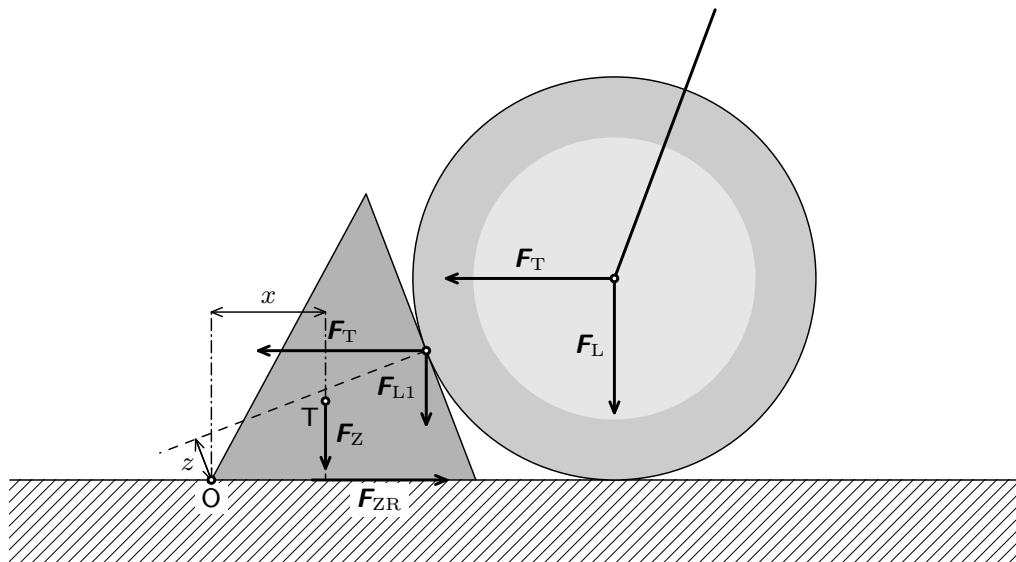
kde jsme zanedbali sílu valivého odporu letadla. Tyto síly působí v opačných směrech x -ové osy. Ještě je třeba uvažovat tíhovou sílu letadla F_L , která ve statickém případě nemá vliv na tření klínu (působila by na klín v případě pohybu letadla po klínu). My bychom chtěli, aby se letadlo nepohybovalo po klínu, tedy výsledná část svislé síly musí být kolmá na styčnou plochu klínu. Pro naši podmínku musí platit, že část tíhové síly působící jako tlaková síla na klín se rovná

$$F_{L1} = F_T \operatorname{tg} \alpha_1,$$

kde jsme užili značení F_{L1} pro tlakovou část na klín. Zbytek tíhové síly je tlaková síla působící na ranvej a ta je kompenzována ranvejí.

Díky tomu získáváme novou podmínku pro třecí sílu

$$F_T \leq f(F_z + F_T \operatorname{tg} \alpha_1) \quad \Rightarrow \quad F_T \leq \frac{f}{1 - f \operatorname{tg} \alpha_1} F_z.$$



Obr. 2: Rozkreslení sil

Z této rovnosti se už lehce vyjádří podmínka pro F_T . Nakonec ještě musíme zajistit, aby náhodou nedošlo k tomu, že by letadlo klín přejelo – tedy obě rozdělené tíhové síly musí být kladné. Z toho vyplývá podmínka

$$F_T \operatorname{tg} \alpha_1 \leq F_L \quad \Rightarrow \quad F_T \leq \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} F_L.$$

Je třeba si uvědomit, jak už bylo řečeno, že třecí sílu způsobenou valivým odporem zanedbáváme.

Další podmínka stability je spojena s velikostí momentu vůči vrcholu u bodu α_2 . Pro tento moment budeme požadovat, aby platila rovnost

$$0 \geq M = z \frac{F_T}{\sin \alpha_1} - x F_Z \quad \Rightarrow \quad F_T \leq \frac{x \sin \alpha_1}{z} F_Z,$$

kde x a y jsou souřadnice těžiště klínu vůči vrcholu a z je kolmá vzdálenost bodu dotyku kola s klínem od bodu otáčení. Zde můžeme také vidět účel úhlu α_2 , který by pro větší stabilitu měl být co nejmenší, a tím zajistit kladnou velikost x -ové souřadnice. Všechny tyto podmínky musí být splněny k tomu, aby nedošlo k převrácení, přelezení nebo podklouznutí.

Kdyby se letadlo pouze dotýkalo nejvyššího bodu špalku (což je mnohem bližší reálné situaci, kdy se špalky tvarují tak, aby do nich kolo zapadlo, resp. mohlo se v nich protáčet), pak zde máme pouze působení momentů. Předpokládejme, že špalek splňuje všechny podmínky ke stabilitě. Pak můžeme říct, že na to, aby se kolo převrátilo okolo vrcholu špalku, by mělo stačit „přemoci“ moment způsobený tíhovou silou, kde můžeme psát $F_T y_2 > F_G x_2$, kde x_2 , y_2 jsou kolmé vzdálenosti mezi vrcholem dotyku a středem kola.

Co se týče materiálů, je asi jasné, že pneumatika kola bude například z materiálu podobnému pryži, pak je rameno valivého odporu pneumatiky na asfaltu okolo⁵ 0,0025 až 0,0045 (ale třeba guma na betonu má rameno valivého odporu 0,015 až 0,035, což je o řád vyšší). Pro smykové tření bychom dostali ještě o řád vyšší hodnoty, např. pneumatika na betonu okolo 0,7 až 0,8, a to už by nám mohlo dát jistotu stability letadla. U asfaltu by to bylo 0,55. Otázkou zůstává, z čeho udělat špalek? Člověka asi napadne dřevo, to má na betonu koeficient smykového tření⁶ 0,23, dále se většinou zarážky na letadla dělají z pryže a sem tam se přidává i nějaký kov. Samozřejmě se zarážky opracují tak, aby jejich materiál nebyl hladký, a měl tedy měl větší třecí součinitel.

Ivo Vinklárek
ivo@fykos.cz

Úloha V.5 ... skladník Boba

4 body; průměr 3,04; řešilo 25 studentů

Skladník Boba měl ve svém sibiřském příbytku přímotop s příkonem 2 kW po pradědečkovi jako jediný zdroj vytápění. Když se na podzim začalo trochu ochlazovat, rozhodl se po dlouhé době přímotop zapnout, ale zjistil, že již nefunguje. Boba byl celý nešťastný, protože se mu nechtělo utrácet celé své úspory za nový přímotop. Když si pak dal něco na zahřátí a zahrnutí deprese, napadl ho geniální nápad: ve skladu, kde pracuje, se válejí tuny hřejivého plutonia 237. Kolik plutonia si má Boba odnést do svého příbytku, aby nahradil doslouživší přímotop a v následující zimě neumrzl? Předpokládejte, že plutonium je téměř čisté a má doma dost olověného nádobí po praprapraprababičce, takže dokáže zachytit veškerou vycházející energii.

Marek letěl na Sibiř a Lukáš mu mával.

Skladník Boba si teda domov priniesol určité množstvo $^{237}_{94}\text{Pu}$, ktoré sa mu s časom rozpadá (elektrónovým záchyтом) na $^{237}_{93}\text{Np}$ – vďaka čomu môže BOBA prežiť zimu a nezamrznúť.

Začneme počítat od konca. BOBA teda potrebuje na konci zimy výkon minimálne 2 kW. Príslušná veličina, ktorá kvantifikuje „silu“ žiariča, sa nazýva aktivita a je definovaná ako počet úbytku jadier (doposiaľ nepremených) za jednotku času alebo ekvivalentne ako počet jadier, ktoré sa premieňajú za jednotku času. Túto skutočnosť môžeme vyjadriť vzťahom

$$A = \frac{dN}{dt} = -\lambda N, \quad (1)$$

kde N je okamžitý počet nerozpadnutých jadier a λ je rozpadová konštanta, charakterizujúca daný izotop. Jednotka aktivity je Bq (Becquerel) – jeden rozpad za jednu sekundu.

Celkový energetický výkon žiariča je teda energia uvoľnená pri jednom rozpade vynásobená aktivitou žiariča

$$P = A\Delta E.$$

Čo to teda ten elektrónový záchyt ale je? Je to jadrová premena, pri ktorej jadro zachytí a pohltí elektrón z elektrónového obalu za vzniku neutrónu a neutrína



Pri tomto procese sa žiadne žiarenie z jadra nevysiela. Ako je to teda ale rádioaktívna premena? Charakteristické žiarenie sa vysiela až pri prechode elektrónu z vyššej vrstvy elektrónového obalu na novo uvoľnené miesto v nižšej vrstve.

⁵<http://www.converter.cz/tabulky/valive-treni.htm>

⁶http://is.muni.cz/th/199446/pedf_m/diplomka.txt

Teraz nám už nič nebrání vrhnúť sa do počítania. Všetky potrebné údaje nájdeme na internete⁷ alebo v tabuľkách. Pre $^{237}_{94}\text{Pu}$ nachádzame $\Delta E = 220,03 \text{ keV}$ a $\lambda = 1,78 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$. Ešte pár vzorcov z chémie a pre hmotnosť $^{237}_{94}\text{Pu}$ na konci zimy (kedy požadujeme výkon 2 kW) tak dostávame

$$m_k = \frac{M}{N_A} \frac{P}{\lambda \Delta E} \doteq 126 \text{ g},$$

kde $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ je Avogadrova konštanta a $M = 237 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ je molárna hmotnosť $^{237}_{94}\text{Pu}$. Z exponenciálneho rozpadového zákona (ktorý je mimochodom riešením definičnej rovnice (1) pre aktivitu) vieme, že počet nerozpadnutých jadier klesá s časom t exponenciálne – pre hmotnosť $^{237}_{94}\text{Pu}$ na začiatku zimy tak máme

$$m_z = \frac{m_k}{e^{-\lambda t}} \doteq 1,26 \text{ kg},$$

kde sme uvažovali, že zima na Sibíri trvá asi tak 150 dní. Nejaké to kilo plutónia by nám teda na prežitie zimy malo stačiť!

Ako to už s jadrovými reakciami ale býva, nič nie je zadarmo a nanešťastie je tu otázka, ako sa vysporiadať so samoštiepením $^{237}_{93}\text{Np}$ (pri premene sa z jadra nič nevyžarovalo, takže rozdiel energií materského a dcérskeho jadra sa odrazil v excitácii dcérskeho jadra), ktoré sa nám v chalupe hromadí a hromadí. . .

Radomír Gajdošoci
radomir@fykos.cz

Úloha V.P ... Praha pod vodou

4 body; průměr 1,41; řešilo 29 studentů

Vzpomeňte si na velké povodně z roku 2002. Odhadněte, kolik vody pojme pražské metro při povodních. Důležité rozměry jako velikosti souprav, počet stanic, celkovou délku tubusů metra a další si najdete na internetu.

Karel se topil.

Hned na začátku prozradíme, že v zadání jsme vynechali jednu důležitou věc, a to tu, že metro není jen rovinný útvar, ale že jeho tunely se různě vlní a více či méně kopírují terén, pod kterým vedou. Mimo jiné není pravda třeba zažitá *urban legend*, že stanice jsou stavěny v lokálním minimu tak, aby do nich v případě výpadku proudu mohly soupravy dojet bez dodávání energie. Lokální minimum najdete např. v tunelu mezi Florencí a Vltavskou nebo Nádražím Holešovice a Kobylisy, kde metro vyjíždí směrem dolů a do následující stanice vyjíždí směrem nahoru.

Ještě než budeme pokračovat dál, řekněme si, že uvažujeme, že metro má potenciál zaplavit pouze Vltava. Jediná další řeka, která by nám to mohla porušit, je Rokytka, ale tu s dovolením zanedbáme. A dodejme, že budeme počítat se stejnou povodní, jako byla v roce 2002 (ta tehdy mimochodem zdržela začátek FYKOSu asi o dva měsíce). Nakonec, aby mělo smysl co počítat, prohlásme, že žádná z ochranných opatření proti zaplavení nefungují. Další zjednodušení budou následovat v textu.

Údaje o stanicích a jiných parametrech týkajících se metra budeme čerpat z <http://www.metroweb.cz>.

Udělejme nejdřív jednoduchý odhad za jeden bod. Celková délka tras metra je 59 100 m, většina tunelů je jednokolejných o průměru 5,1 m (tj. celková délka tunelů je 118 200 m), metro

⁷Například na <http://www.wolframalpha.com/input/?i=plutonium+237>.

má 57 stanic, přičemž v každé z nich je střední tunel o délce 250 m (průměrná délka stanice dle Metrowebu) o průměru 7,8 m. Z průměrné stanice ve hloubce 20 m se dostaneme jedním eskalátorem se sklonem 30° a průřezem ve tvaru elipsy s osami 7,8 m a 9,5 m o délce 40 m. Spočteme-li tedy objem těchto částí, vyjde nám, že do metra se vejde asi $3,23 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ vody, přičemž 75 % z toho tvoří voda v traťových tunelech, 21 % voda ve stanicích a 4 % voda v eskalátorech. Nedá se ale tento odhad nějak zpřesnit? A není náhodou úplně špatně?

První oprava by mohla být na počet zaplavených souprav metra, přičemž lidi necháme včas utéct. Průměrná souprava⁸ váží 160 t, jsou z hliníku a celkem jich je ve špičce na trase až 95. To znamená, že celkový objem, který z tunelů vytlačí, je asi $5\,600 \text{ m}^3$, což jsou asi 2 promile spočtené hodnoty. Nemá smysl se tedy zabývat zpřesněními tohoto typu (např. objem technologických zařízení, kolejnic, pražců a dalších).

Z podmínek uvedených v prvních dvou odstavcích ovšem vyplývá jedna věc. Metro nikdy nebude zaplaveno celé. Důležitější tedy než říct, kolik vody vytlačí průměrná souprava, je zjistit, kam až v tunelech voda vystoupá. Z údajů o povodních na Metrowebu víme, že voda dosáhla nadmořské výšky 190 m. Ve skutečnosti se s polohou výška hladiny měnila, protože ač vysoká, voda stále byla tekoucí. Nicméně na toto nemysleme. Projdeme si tedy úseky metra, kde se postup vody zastavil. Na lince A jsou to úseky Dejvická – Hradčanská a Muzeum – Náměstí míru, na lince B Radlická – Smíchovské nádraží a Hloubětín – Rajská zahrada a na lince C Kobylisy – Nádraží Holešovice a Florenc – Hlavní nádraží. Podrobně úseky vidíme rozepsané v tabulce 1. Zde se budeme muset dopustit jednoho prohřešku, a to toho, že prohlásíme úseky mezi stanicemi za přímé, abychom nemuseli hledat přesné příčné řezy každou trasou v inkriminované části. Neplatí to zejména na trase C mezi Nádražím Holešovice a Kobylisy, kde metro nejdříve podchází Vltavu a pak až stoupá. Vzhledem k délce mezistaničního úseku to ale prohlásíme za zanedbatelné, protože řeka je od stanice nedaleko. Tento předpoklad využijeme k určení poměrné části zatopeného tunelu (viz tabulku 1). Tímto jsme vyřešili tunely, zatopeno bude 19 300 m metra.

Dále musíme zohlednit zatopené stanice. Tím, že jsme některé úseky nechali suché, nám ubyla podstatná část stanic ze seznamu. Takto jich bude zatopeno jen 22. Opět uvažujeme stejný odhad na staniční středový tunel. U eskalátorů musíme zohlednit jinou průměrnou hloubku stanic (ta je nyní 30 m, protože stanice v centru města jsou z těch hlubších) a dříve uvedenou výšku hladiny Vltavy – ta hloubku redukuje zpátky na 20 m.

Pokud budeme počítat se stejnými průřezy tunelů, *odhad za jeden bod* zlepšíme následujícím způsobem: Celkem je zatopeno 38 600 m traťových tunelů a 22 stanic, přičemž každou z nich tvoří 180 m dlouhý tunel (zahrneme jen zaplavené stanice) a 40 m dlouhý eskalátor. Dohromady se do nich vejde $1,03 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ vody. Poměry zůstávají podobné jako v prvním případě (77 % tunely, 18 % stanice a 5 % eskalátory). To je už jen třetinová hodnota oproti původnímu výsledku.

Dál už pokračovat nebudeme, ačkoliv je ještě pořád plno míst, kde bychom mohli najít nějaké věci ke zlepšení, například započítat spojovací tunely mezi trasami B a C, pořádně zohlednit obratiště a odstavné koleje jakožto i jiné další technologické prostory. Například u stanice Malostranská existuje „falešná“ stanice metra, což je starý atomový kryt z padesátých let uspořádáním nijak se nelišící od jiné průměrné stanice – ale od povodní v roce 2002 nebyl odčerpán a je zaplaven (viz http://agarcha.cz/html/pruzkumy/praha/k_vlady/index.php). Někdo by mohl namítat, že jsme nezohlednili to, že mezi některými nezatopenými stanicemi

⁸ V pražském metru jezdí dva základní typy souprav. České soupravy M1 na lince C a rekonstruované sovětské stroje 81-71 na linkách A a B. Fanoušci metra by nás asi za toto rozdělení nepochválili, ale pro orientaci stačí.

Tabulka 1: Přejchodové úseky metra. Výšky se vztahují ke středu stanice, délky úseků jsou změřeny na <http://mapy.cz>.

linka	stanice	nadmořská výška		úsek m	zatopeno	
		nást. m n. m.	výstup m n. m.		délka m	stanice
A	Dejvická	208	219			
A	Hradčanská	185	228	920	200	0
A	Muzeum	182	216	2 800	2 800	4
A	Náměstí Míru	199	251	750	350	1
B	Radlická	238	248			
B	Smíchovské nádraží	182	192	1 570	220	0
B	Hloubětín	188	214	12 590	12 590	13
B	Rajská zahrada	248	248	1 680	60	1
C	Kobylisy	251	283			
C	Nádraží Holešovice	183	190	2 810	290	0
C	Florenc	180	189	2 120	2 120	2
C	Hlavní nádraží	196	203	890	650	1
Celkem					19 280	22

tunel tvoří lokální minimum – ale pokud voda nateče odspodu, do tohoto minima se nedostane. Ani zmíněná Rokytko metro nezaplaví, protože v oblasti, kde teče, se o to postará Vltava a ona sama nebude dosahovat takového průtoku, aby zvedla hladinu stoleté vody nad oněch 190 m. Na druhou stranu, metro nevede jen pod zemí, ale i v mostech (skrz Nuselský, u Kačerova, na obou koncích linky B, linka A má pro změnu povrchovou stanici Depo Hostivař), a tam by se žádná voda neudržela.

Nakonec jako zajímavost (opět z Metrowebu) zmiňme, že po povodních v srpnu 2002 v polovině odčerpávání vody ze stanic hasiči odhadovali, že celkem jí do metra nateklo $1 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. Tehdy bylo zatopeno méně stanic (17), protože některé tlakové uzávěry se podařilo zabezpečit – to by znamenalo, že by náš odhad byl asi o 20 % špatně, ale když uvážíme třeba to, že jsme např. nijak nezohlednili přestupní tunely na Můstku a Florenci nebo existenci více výstupních eskalátorů a pravděpodobně i podstatně větší technické prostory, než umíme zjistit, můžeme náš odhad prohlásit za dobrý.

Aleš Podolník
ales@fykos.cz

Úloha V.E ... Vypař se!

8 bodů; průměr 4,86; řešilo 28 studentů

Určete, jak závisí rychlost vypařování vody na povrchu, který tato kapalina zaujímá. Experiment proveďte alespoň pro pět různých vhodných nádob. Zamyslete se nad dalšími faktory, které mohou rychlost vypařování vody ovlivnit. Upozorňujeme, že experiment je velmi vhodné nechat probíhat po delší dobu (několik dní), proto ideálně začněte o hodně dříve než pár hodin před uzávěrkou.

Kiki zvažovala, zda má cenu chodit pro hadr.

Vypařování je typickou vlastností kapalin. Při každé teplotě přechází určitá část molekul vlivem tepelné energie (která se projevuje pohybem molekul) do plynného skupenství. V podstatě dochází k tomu, že molekula vody dostatečně blízko povrchu s dostatečnou kinetickou energií překoná soudržné síly a přejde do plynné fáze. Tato tendence závisí na povaze kapalin, přesněji na jejich soudržných silách mezi molekulami. Probíhá-li vypařování v uzavřené nádobě, ustaví se mezi kapalinou a její párou rovnováha. V naší úloze se však jedná o otevřenou soustavu, proto nedojde k ustavení rovnováhy vlivem neustálého unikání molekul páry do okolního prostředí, proto bude kapalná fáze neustále ubývat.

Naše úloha je zaměřená na to, jak souvisí velikost povrchu vody s rychlostí vypařování v , respektive s rychlostí úbytku kapalně fáze. Tuto rychlost vypařování v si můžeme definovat jako množství (případně objem) odpařené vody za čas.

To, že s větším povrchem lze očekávat větší množství odpařené vody, je poměrně intuitivní (nevíme, jak často věšíte prádlo, ale asi nikdo z vás by nečekal, že mu tričko zmačkané do kuličky uschne rychleji než stejně mokré tričko pověšené na šňůře), nás však přímo zajímá, zda je tato závislost lineární, jak by se dalo čekat, či jiná, tedy jaká je rychlost vypařování na jednotku povrchu.

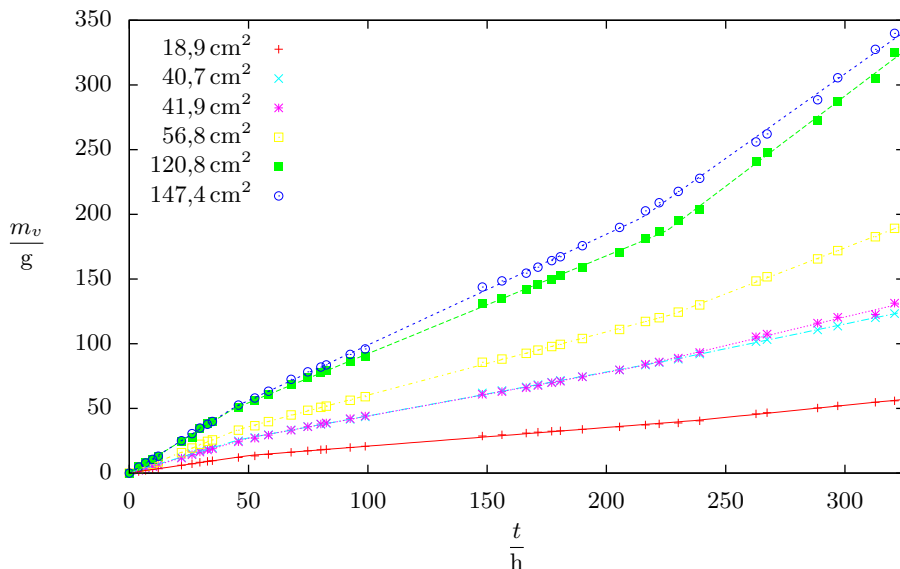
Nelze však zanedbat skutečnost, že na rychlost vypařování má vliv celá řada dalších faktorů. Rychlost vypařování souvisí s tenzí odpařených par nad kapalinou, pokud je tato tenze větší, vypařování probíhá rychleji, neboť molekuly jsou více tlačeny do okolí. Tenze par je navíc veličina provázaná s teplotou a tlakem. Na rychlost vypařování má také vliv vlhkost vzduchu, neboť vlhčí vzduch bude méně ochotně přijímat nové molekuly páry. Stejně tak pohyb vzduchu je při odpařování důležitý, což je spolu se zvýšením teploty například principem fénu.

Jak je vidět, nejlépe by bylo experiment provádět v místnosti o stálé teplotě, tlaku, vlhkosti vzduchu a bez jakéhokoli průvanu, a vůbec nejlépe na nic nesahat, nedýchat a ani tam nebýt. Tyto podmínky však v domácím prostředí těžko splníte, zvláště když je nutné provádět v průběhu experimentu měření, proto je dobré nechat všechny nádoby s vodou spolu na stejném místě a nechat probíhat experiment u všech zároveň, čímž máte zhruba zaručeno, že ač budou okolní podmínky do určité míry proměnlivé, budou v daném okamžiku pro všechny nádoby přibližně stejné, takže by pak jejich případný vliv měl být pozorován u všech nádob a rozpoznán jako ovlivnění některými ze zmiňovaných faktorů.

Poslední vliv, který zde bude zmíněn, nejdříve ani nebyl v teorii uvažován, nicméně v průběhu samotného experimentu se ukázala jeho důležitost. Jedná se o působení nádoby, která představuje nejen překážku pro kapalinu, ale také pro páru. Pokud máme kapalinu pouze na dně poměrně vysoké a úzké nádoby, je pro molekuly páry těžší uniknout do okolí, neboť při nárazu do stěny nádoby ztratí část své energie, takže mnohem větší část z nich zkondenzuje zpátky na kapalinu. Proto je vhodné pro experiment použít nádoby co nejvíce naplněné vodou nebo aspoň dostatečně široké, velmi úzkým nádobám (jako jsou například zkumavky) je dobré se vyhnout i kvůli kapilárním jevům, které by zde již nemusely být zanedbatelné.

Měření

Pro první verzi experimentu bylo vybráno devět nádob, přičemž dvě z nich byly stejné (pro kontrolu) a ostatní se lišily. Všechny nádoby byly vybírány tak, aby měly tvar válce (aspoň na potřebném úseku – např. seříznutá PET láhev) a bylo tím pádem snadné dát do souvislosti množství odparu s jejich povrchem, který byl v podstatě konstantní a také lehce zjištělný. Průměr nádob se pohyboval v rozmezí 58 mm až 137 mm.

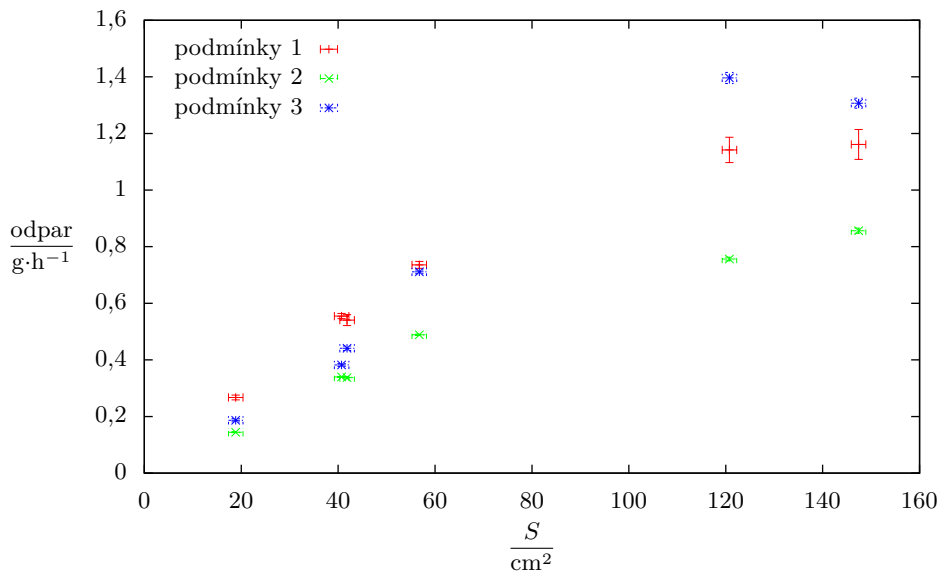


Obr. 3: Závislost množství odpařené vody na čase.

Je třeba říci, že množství vody, které bylo možno do nádob nalít, bylo limitováno tím, že váhy, které byly k dispozici a měřily s přesností na setinu gramu, vážily maximálně do cca 400 g. Takže bylo postupováno tak, že bylo do nádob postavených na kuchyňské váze naléváno takové množství vody, aby nádobu i s vodou bylo posléze možno zvážit na výše zmíněné váze. Tak došlo k tomu, že nádoby byly různě plné. Všechny nádoby s vodou byly po zvažení a zapsání času vážení umístěny spolu na okenní parapet a po různých časových úsecích byly váženy, aby se zjistilo, kolik vody se z nich za danou dobu odpařilo. Po několika prvních měřeních však bylo zřejmé, že výsledky jsou jiné, než by se očekávalo. Zatímco dvě stejné nádoby poskytovaly přibližně stejný odpar (byly i stejně vysoko naplněné), což bylo v pořádku, při srovnání ostatních nádob bylo vidět, že z některých širších nádob se odpařuje téměř stejně, nebo dokonce méně než z nádob užších. Nejlépe to bylo patrné při srovnání nádob označených jako PET malá, která měla průměr 72 mm, a PET velká s průměrem 85 mm. První tři hodnoty množství odpařené vody vždy za určité časové úseky z PET malé činily 1,52 g, 5,92 g a 1,89 g, zatímco z PET velké se za stejné časové úseky odpařilo pouze 1,13 g, 4,45 g a 1,64 g. Z toho plyne, že nádoba s povrchem o zhruba 30 % menším měla odpar o 23 % až 35 % větší, což je poměrně podivné.

Vysvětlení spočívá právě v různé naplněnosti nádob, která vyplývala z omezeného množství vody, které mohlo být do nádoby nalito, aby byla pořád vážitelná. Tato různá vzdálenost hladiny od vrchní části nádoby byla nejdříve zanedbána. Nyní ale vidíme, jak může fakt, že PET malá byla naplněna vodou téměř po okraj, zatímco PET velká pouze zhruba do poloviny své výšky, negativně ovlivnit výsledky.

Pro potvrzení důležitosti tohoto efektu byl proveden minipříklad se třemi shodnými skleničkami o průměru 58 mm, tyto skleničky měly výšku zhruba 13 cm. První byla naplněna do výšky přibližně 11 cm (naprosté naplnění nebylo možné z váhového hlediska), druhá byla



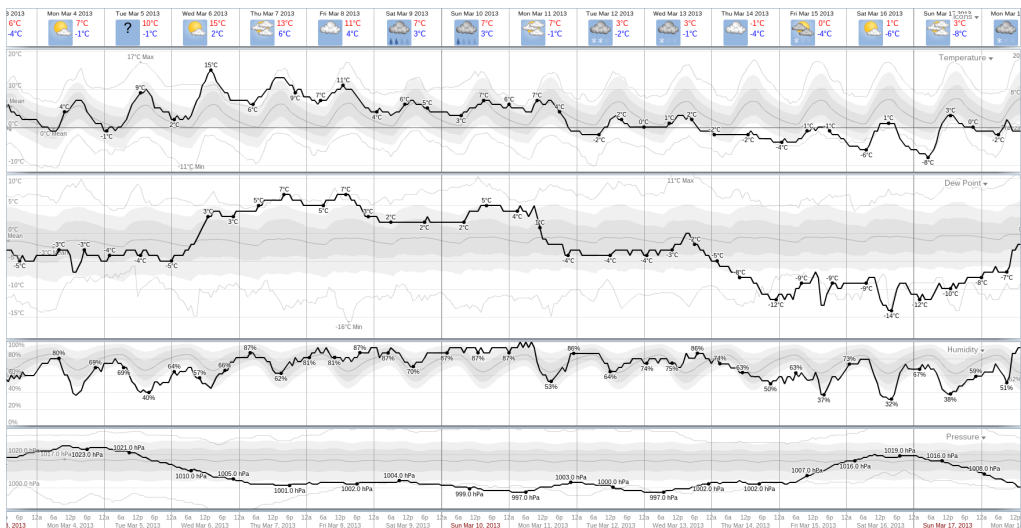
Obr. 4: Závislost rychlosti vypařování na povrchu.

naplněna zhruba do poloviny, tedy do výšky cca 7 cm a poslední byla naplněna pouze do výšky cca 3 cm. Z výsledků bylo posléze patrné, že odpar třetí skleničky často činí méně než 50 % odparu skleničky první. Podrobnější data k tomuto měření jsou uvedena v tabulce 2.

Posléze se začalo s experimentem od začátku. Postup byl podobný, ovšem byly vyřazeny všechny skleněné nádoby a nahrazeny plastovými, neboť bylo třeba, aby samotná nádoba vážila co nejméně. Nakonec bylo pro měření použito šesti nádob: kalíšek od svíčky (1), PET malá (5), PET velká (6) (tyto byly na začátku vodou zcela naplněny), plastový odpaďáček (4), plastový kryt na CD (2) (naplněny zhruba 1 cm pod okraj) a plastová miska (3) (naplněná zhruba 4 cm pod okraj – ovšem dostatečně široká), další údaje o použitých nádobách jsou uvedeny v tabulce 3 spolu s výsledky. Po různých časových intervalech byly vždy všechny nádoby zváženy a získala se tak hmotnost odpařené vody za daný časový úsek. Tato fáze experimentu probíhala od 4. března do 17. března.

Tabulka 2: Srovnání odparu pro tři stejné skleničky naplněné do výšky 11 cm, 7 cm a 3 cm.

t	odpar 1	odpar 2	odpar 3
min	g	g	g
821	2,37 (100 %)	2,00 (84 %)	1,15 (49 %)
222	0,68 (100 %)	0,58 (85 %)	0,35 (51 %)
399	1,20 (100 %)	0,75 (63 %)	0,44 (37 %)
750	2,05 (100 %)	1,09 (53 %)	0,78 (38 %)
529	1,55 (100 %)	0,88 (57 %)	0,72 (46 %)

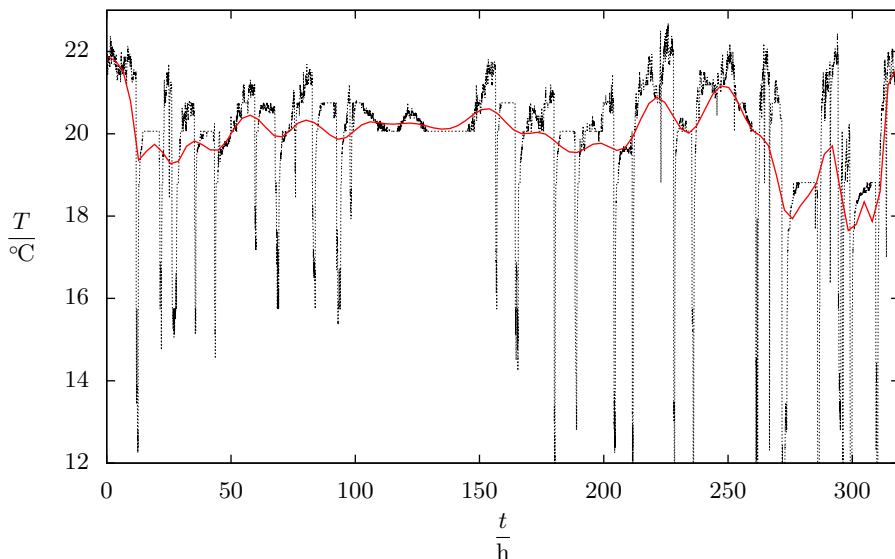


Obr. 5: Počasí během experimentu (shora teplota, rosný bod, vlhkost a tlak). Zdroj: <http://weatherspark.com>.

Výsledky

Souhrn experimentálně získaných dat je uveden v tabulce 3. Podle nich je vytvořen graf 3 závislosti hmotnosti odpařené vody na čase pro jednotlivé nádoby. Z grafu je patrné, že tato závislost je lineární, nicméně nelze zde provést lineární regresi jedinou přímkou kvůli proměnlivým podmínkám, které mají vliv na rychlost vypařování, což ovlivní sklon příslušné části. Proto bylo fitováno funkcí s proměnnou směrnicí a všechny grafy se rozdělily na tři úseky. Jak je vidět, body zlomu pro jednotlivé kapaliny nejsou ve zcela stejný čas, což však může být důsledkem fitování, které funguje na základě metody nejmenších čtverců.

Jak již bylo zmíněno, tato proměnlivost souvisí s výraznými změnami experimentálních podmínek. První větší změna nastala za zhruba 52 h od začátku experimentu, kdy se venku oteplilo, což by samo o sobě nemělo velký vliv, ale jako důsledek bylo vypnuto topení v místnosti. Jelikož topení je umístěno kousek od místa, na kterém stály nádoby s vodou, mohlo to rychlost vypařování ovlivnit jednak teplotně, jednak změnou proudění vzduchu a odvětrávání par. Počasí se však v tu dobu také měnilo nejen z hlediska teploty, ale také tlaku, rosného bodu a vlhkosti, což je vidět na přiloženém záznamu (zlom je ve středu 6. 3. dopoledne) na obrázku 5. Také bylo zaznamenáno, jak se měnila teplota v místnosti, kde probíhal experiment, pomocí teplotního čidla (obrázek 6). Všechny tyto faktory se pravděpodobně podílejí na zpomalení odpařování, které je pozorovatelné ve střední části grafu. Pro ověření, že zapnuté topení má na rychlost odpařování větší vliv, bylo v čase kolem 190 h od začátku experimentu topení znovu zapnuto a rychlost odpařování skutečně znovu narostla. Rozdělení na jednotlivé úseky (tedy použití rozdílných směrnic) bylo zohledněno i v grafu závislosti rychlosti odparu na povrchu kapaliny na obrázku 4.



Obr. 6: Teplota v místnosti.

Diskuze

Ze získaných dat je vidět, že množství odpařené kapaliny je lineárně závislé na čase, avšak tato rychlost vypařování závisí do značné míry i na podmínkách okolí. Podíváme-li se na závislost této rychlosti na povrchu kapaliny, tak zjistíme, že zde lineární závislost není (aspoň dle získaných dat). Naopak, s rostoucím povrchem rychlost odparu na jednotku povrchu klesá, což je zajímavý výsledek. Nicméně vzhledem k velkému počtu faktorů, které mají na vypařování vody vliv, a k tomu, že širší nádoby nebyly vodou zcela naplněné, protože by pak nebyly vážitelné naším vybavením, tento výsledek nelze považovat za zcela průkazný. Naopak ovlivnění rychlosti odparu v závislosti na výšce hladiny je z uvedených dat vidět mnohem jednoznačněji.

Závěr

Z měření vyplývá, že rychlost vypařování není lineárně závislá na povrchu, ale s rostoucím povrchem má spíše klesavou tendenci. Tento výsledek však vzhledem k povaze experimentu není nezpochybnitelný. Za určitější výsledek tedy lze považovat spíše to, že rychlost odpařování je závislá na míře naplnění dané nádoby, ačkoliv to nebylo původním cílem úlohy.

Kristína Nešporová

kiki@fykos.cz

Tabulka 3: Parametry nádob; čas a množství odpařené vody.

r [mm]	49	124	137	73	72	85
S [cm ²]	18,9	120,8	147,4	41,9	40,7	56,8
m_0 [g]	5,01	20,22	91,44	39,67	8,24	8,32
$m_0 + m_v$ [g]	98,01	396,64	392,44	416,93	321,65	365,83
t	odpar	odpar	odpar	odpar	odpar	odpar
min	g	g	g	g	g	g
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
234	1,28	5,07	4,66	2,12	2,46	3,09
408	2,07	7,97	7,80	3,67	4,12	5,12
586	2,77	10,60	10,60	5,03	5,55	6,93
729	3,36	13,19	13,07	6,25	6,75	8,55
1 313	6,10	24,70	25,01	11,62	12,20	15,77
1 576	7,26	27,78	30,52	14,22	15,14	19,43
1 775	8,32	34,53	34,84	16,27	17,20	22,29
1 966	9,07	38,08	37,69	17,96	18,74	24,49
2 091	9,57	40,01	39,88	18,90	19,70	25,70
2 745	12,09	50,88	52,58	24,27	24,92	33,21
3 157	13,31	56,37	58,06	27,01	27,48	36,58
3 499	14,39	60,94	63,25	29,35	29,71	39,75
4 069	16,06	68,55	72,47	33,19	33,38	44,97
4 487	17,26	74,00	78,27	35,90	35,97	48,52
4 818	18,02	77,56	82,00	37,91	37,70	50,84
4 956	18,33	79,02	83,61	38,73	38,33	51,74
5 556	19,79	86,55	91,74	42,10	41,52	56,34
5 935	20,69	89,95	95,96	44,11	43,49	59,03
8 878	28,67	130,87	143,81	60,97	61,93	85,67
9 374	29,56	135,07	148,58	63,00	63,80	88,19
9 984	30,94	141,85	154,52	65,99	66,60	92,56
10 280	31,64	145,67	159,14	67,75	68,36	95,05
10 625	32,37	149,97	164,25	69,86	70,23	97,87
10 843	32,73	152,34	167,23	71,08	71,62	99,46
11 395	33,85	159,00	175,82	74,42	74,53	103,98
12 330	35,78	170,54	189,87	79,75	79,69	111,05
12 981	37,21	181,21	202,69	84,09	83,54	117,22
13 327	38,01	186,95	209,02	85,90	85,50	120,13
13 806	38,77	195,33	217,76	88,87	88,07	124,40
14 349	40,41	203,91	227,80	93,24	92,03	129,95
15 762	45,78	241,09	255,98	105,40	101,66	148,44
16 041	46,74	248,12	262,21	107,41	103,16	151,72
17 314	50,28	272,48	288,52	115,87	110,72	165,54
17 820	51,97	287,11	305,58	120,39	113,64	171,97
18 764	54,73	305,19	327,54	122,60	120,12	182,65
19 249	55,91	325,08	339,91	131,38	123,27	189,16

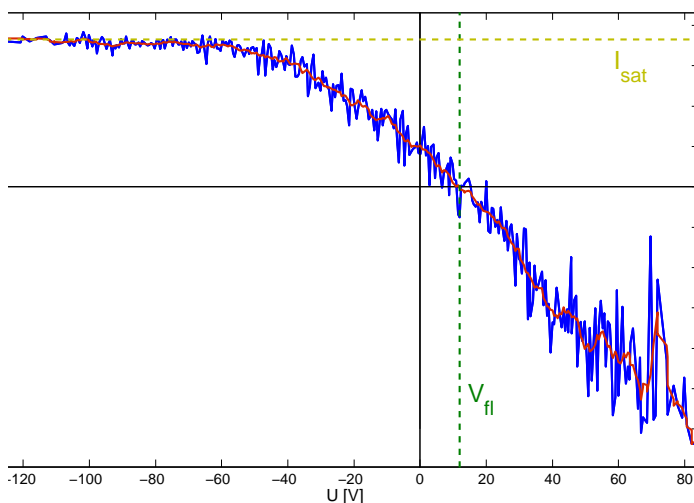
Úloha V.S ... seriálová

6 bodů; průměr 3,22; řešilo 9 studentů

- a) Z adresy <http://fykos.cz/rocnik26/4-compass.dat> si stáhněte data naměřená Langmuirovou sondou na tokamaku COMPASS. Vykreslete voltampérovou charakteristiku a určete hodnotu plovoucího potenciálu.
- b) Při znalosti povrchu sondy ($A = 6 \text{ mm}^2$) a složení plazmatu (deuterium) zanalyzujte voltampérovou charakteristiku a získejte hodnotu elektronové teploty a hustoty.
- c) Napište krátký oslavný hymnus popisující vynález Langmuirovy sondy.

Robin.

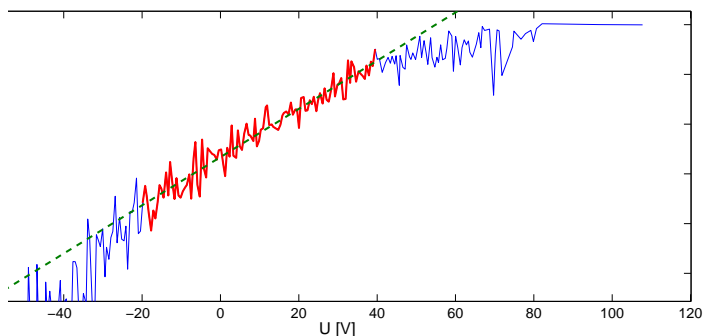
- a) Plovoucí potenciál je dle definice taková hodnota potenciálu, při které se vyrovná proud iontů a elektronů na sondu, tj. celkový proud je nulový. Na obr. 7 je vidět přibližná hodnota plovoucího potenciálu 12 V.



Obr. 7: Voltampérová charakteristika s vyznačeným plovoucím potenciálem V_{fl} a iontovým saturačním proudem I_{sat}

- b) Zároveň je v obr. 7 vyznačený iontový saturační proud 365 mA. Dále budeme postupovat podle kuchařky z minulého dílu. Odečteme od celkového proudu iontový saturační proud (který uvažujeme jako konstantní pro potenciál nižší než potenciál plazmatu), abychom získali elektronový proud. Ten vydělíme hodnotou iontového saturačního proudu, čímž se zbavíme dvojí závislosti na teplotě, a potom provedeme lineární fit na jeho logaritmu. Směrnice fitu určí velikost elektronové teploty. Pro úspěšné získání elektronové teploty je důležité určit vhodnou část charakteristiky, na kterou se aplikuje fit. Není vhodné fitovat příliš nízká napětí, kde je elektronový proud malý, a tudíž zatížený šumem, ale zároveň není korektní fitovat oblast blízko potenciálu plazmatu, kde začíná klesat iontový proud a může se tam projevit odchylka rychlostního rozdělení elektronů od Maxwellovského rozdělení. Vhodná

oblast je tak typicky v okolí plovoucího potenciálu. Na obr. 8 je vidět fit s červeně vyznačenou částí charakteristiky použité k fitu. Směrnice fitu určuje teplotu 42 eV s typickou přesností okolo 10%.



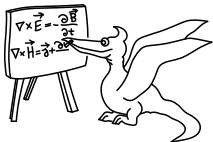
Obr. 8: Logaritmus elektronového proudu s vyznačeným fitem elektronové teploty.

Díky znalosti velikosti elektronové teploty můžeme použít přibližný vztah z minulého dílu seriálu

$$I_{\text{isat}} = -Zq_e n A \sqrt{\frac{2kT_e}{m_i}}$$

a spočítat hustotu plazmatu, která vychází přibližně na $6 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$.

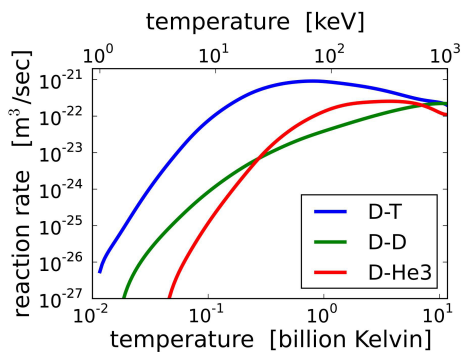
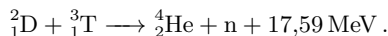
Michael Komm
robin@fykos.cz



Seriál: Tokamak jako fúzní reaktor

V závěrečném (a trochu oddychovém) díle seriálu popíšeme základní charakteristiky termionukleárního reaktoru. Uvedeme vztahy, které popisují reaktor tak, aby byl schopen generovat více energie, než kolik spotřebuje.

Jaderná fúze je oproti dnes využívanému štěpení založená na slučování lehkých jader za účelem získání energie. K tomu, aby se atomová jádra mohla slučovat, je zapotřebí překonat jejich vzájemné Coulombovské odpuzování a přiblížit je k sobě na vzdálenost typickou pro velikost atomového jádra. Pro překonání Coulombovské bariéry musí mít jádra dostatečnou energii, která po zahrnutí efektu kvantově-mechanického tunelování činí řádově 100 keV. K fúzování je nutné, aby se jádra srážela čelně, většina srážek ale typicky probíhá tak, že se trajektorie iontů změní jen o malý úhel. Proto není k dosažení fúze vhodné použít urychlovač a srážet urychlené částice s pevným terčíkem (případně dva urychlené svazky proti sobě), ale je výhodnější využít termální srážky v dostatečně horkém prostředí. Pečlivý čtenář, který sledoval předchozí díly seriálu, již jistě tuší, že tímto prostředím je plazma, protože při tak vysokých teplotách dojde k oddělení elektronového obalu od atomových jader. Z hlediska účinného průřezu (viz obrázek 9) je nejvýhodnější fúzovat jádra deuteria a tritia, izotopy vodíku, které mají v jádře jeden proton a jeden, respektive dva, neutrony. Fúzní reakcí získáme atom helia a neutron



Obr. 9: Účinný průřez nejefektivnějších fúzních reakcí.

Fúzní výkon v jednotkovém objemu plazmatu bude

$$P = n_d n_t \langle \sigma v \rangle E,$$

kde n_d a n_t jsou hustoty deuteria a tritia, $\langle\sigma v\rangle$ účinný průřez reakce a E energie uvolněná při jedné fúzní reakci (v případě DT fúze je rovna 17,56 MeV). Vzhledem k povaze fúzní reakce je žádoucí mít směs DT 50/50, takže můžeme vztah přepsat pro celkovou iontovou hustotu

$$P = \frac{1}{4}n_i^2\langle\sigma v\rangle E.$$

Protože udržení energie v tokamaku není dokonalé, dochází ke kontinuálním ztrátám, které musejí být kompenzované ohřevem plazmatu. Celková kinetická energie plazmatu je

$$W = \int \left(\frac{3}{2}n_i T_i + \frac{3}{2}n_e T_e \right) d^3x = \int 3nT d^3x = 3\overline{nT}V,$$

kde uvažujeme, že plazma je izotermální a ionty a elektrony mají stejnou hustotu. Konvence \overline{nT} značí průměrné hodnoty hustoty a teploty. Ztráty energie vlivem nedokonalého udržení můžeme charakterizovat *dobou udržení energie* τ_E , tj. časovou konstantou, se kterou by se energie ztrácela, pokud bychom plazma neohřívali. Ztrátový výkon P_L potom bude

$$P_L = \frac{W}{\tau_E}.$$

Pokud chceme plazma udržet na konstantní teplotě, tak musíme ztrátový výkon kompenzovat ohřevem P_H o stejné velikosti

$$P_H = P_L,$$

čímž se dostáváme ke vztahu, podle kterého můžeme v praxi dobu udržení změřit

$$\tau_E = \frac{W}{P_H}.$$

Stačí tedy znát celkovou kinetickou energii v plazmatu (tj. její hustotu a teplotu) a velikost ohřevu.

V případě, že v plazmatu probíhají fúzní reakce, 4/5 energie odnáší neutron (který s plazmatem nereaguje) a 1/5 ($E_\alpha = 3,5$ MeV) odnáší alfa částice, která ji postupnými srážkami předává plazmatu. Ohřev alfa částicemi v jednotkovém objemu tedy bude

$$p_\alpha = \frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle E_\alpha$$

a v celém plazmatu

$$P_\alpha = \int p_\alpha d^3x.$$

Ohřev alfa částicemi bude přispívat k externímu ohřevu plazmatu a celková energetická bilance tedy bude

$$P_H + \frac{1}{4}\overline{n^2\langle\sigma v\rangle}E_\alpha V = \frac{3\overline{nT}}{\tau_E}V.$$

Ideální situace v termonukleárním reaktoru je taková, kdy ohřev alfa částicemi plně kompenzuje tepelné ztráty a dodatečný ohřev již není zapotřebí. Tento stav se nazývá podmínka zapálení. Dle předchozí rovnice pro $P_H = 0$ získáme nerovnici

$$n\tau_E > \frac{12T}{\langle\sigma v\rangle E_\alpha}.$$

Přestože se teplota v nerovnici vyskytuje explicitně, v praxi na ní závisí i τ_E a samozřejmě i účinný průřez $\langle\sigma v\rangle$. Analýzou těchto závislostí můžeme dospět k optimální teplotě mezi 10 keV a 20 keV, kde se účinný průřez dá aproximovat kvadratickou závislostí

$$\langle\sigma v\rangle = 1,1 \cdot 10^{-24} T^2 \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1},$$

kde se teplota udává v keV. Při znalosti energie alfa částic můžeme dospět ke vztahu

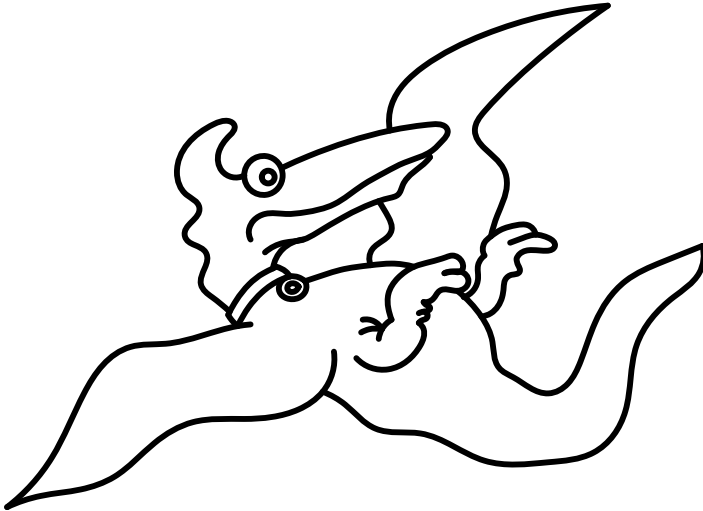
$$nT\tau_E > 3 \cdot 10^{21} \text{m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s}.$$

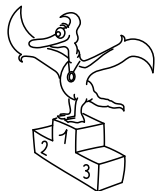
Tento vztah poprvé odvodil J. D. Lawson v roce 1955 a jmenuje se po něm *Lawsonovo kritérium*. V případě tokamaku můžeme uvažovat optimální teplotu 10 keV, hustota je omezená nestabilitami na cca 10^{20}m^{-3} , což dává podmínku na dobu udržení energie okolo 3 sekund.

Pro úspěšný provoz termonukleárního reaktoru ale není nutné dosáhnout podmínky zapálení. Důležité je, aby reaktor vyrobil více energie, než kolik spotřebuje. Během fúzní reakce 4/5 energie odnáší neutron, který se zachytí ve stěně reaktoru a jeho energie se odvede chladicími systémy. Můžeme zavést celkovou účinnost reaktoru

$$Q = \frac{5P_\alpha}{P_H},$$

tedy pro $Q = 1$ je ohřev alfa částicemi jen 20% z celkového ohřevu plazmatu. Při zapálení jde $P_H \rightarrow 0$, a tedy $Q \rightarrow \infty$. V současné době největší tokamak JET dosáhl $Q = 0,6$, plánovaný tokamak ITER, který je ve výstavbě na jihu Francie, by měl dosáhnout $Q = 10$ a potvrdit tak dosažitelnost pozitivní energetické bilance termonukleárních reaktorů.





Pořadí řešitelů po V. sérii



Kompletní výsledky najdete na <http://fykos.cz>.

Kategorie prvních ročníků

jméno <i>Student</i>	Pilný	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	V	%	Σ
			4	4	4	4	4	4	8	6	38	<i>100</i>	197
1.	Jiří Jarošík	G J. Vrchlického, Klatovy	4	4	–	4	3	1	6	2	24	<i>61</i>	118
2.	Anna Kufová	G M. Koperníka, Bílovec	4	2	0	1	1	2	4	3	17	<i>50</i>	99
3.	Klára Stefanová	G B. Němcové, Hradec Králové	2	–	–	1	–	1	–	–	4	<i>63</i>	64
4.	František Zajíc	G, Nymburk	4	–	2	–	–	–	–	–	6	<i>79</i>	45
5.	Marek Otýpka	G, Židlochovice	4	–	–	–	–	–	4	–	8	<i>64</i>	43
6.	Lukáš Kotlaba	G Ludovíta Štúra, Trenčín	–	–	–	–	–	–	5	–	5	<i>66</i>	42
7.	Filip Šmejkal	G Uherské Hradiště	4	2	–	1	–	1	2	–	10	<i>42</i>	40
8.	Jaroslav Cerman	G a SOŠ, Jilemnice	2	–	–	–	1	1	–	–	4	<i>55</i>	37
9.	Petr Vítovský	G Uherské Hradiště	–	–	–	1	–	–	–	–	1	<i>63</i>	31
10.	Jakub Kolář	Reálné G a ZŠ, Prostějov	2	–	–	1	–	1	4	–	8	<i>46</i>	30
11.	Diana Miezgová	G Liptovský Hrádok	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>65</i>	26
12.	Milan Zongor	G Ludovíta Štúra, Trenčín	–	–	–	–	–	–	5	–	5	<i>50</i>	24
13.	Petr Šimůnek	G, SOŠ, SOU a VOŠ, Hořice	2	–	–	0	–	–	–	–	2	<i>38</i>	21
14.	Pavel Kůs	G J. Š. Baara, Domažlice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>81</i>	17
15.	Karel Chládek	G, Lanškroun	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>40</i>	16
16.	Michal Ržonca	G L. Štúra, Zvolen	2	–	–	2	–	1	4	–	9	<i>42</i>	15
17.	Pavel Grepl	G J. Wolkera, Prostějov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>37</i>	13
18.	Alena Košáková	G, Strakonice	2	–	–	–	–	1	–	–	3	<i>55</i>	12
19.–22.	Šimon Jelínek	G, Mostecká, Chomutov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>69</i>	11
19.–22.	Jakub Novotný	G Brno-Řečkovice	2	–	–	–	–	–	–	–	2	<i>52</i>	11
19.–22.	David Pokorný	G, Bučovice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>65</i>	11
19.–22.	Ondřej Poláček	G F. Palackého, Val. Meziříčí	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>69</i>	11
23.–24.	Vojtěch Kaprál	G J. Wolkera, Prostějov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>38</i>	10
23.–24.	Josef Kolář	ZŠ Litovel, Vítězná 1250	2	–	–	–	–	–	–	–	2	<i>83</i>	10
25.–27.	Ondřej Běhávkva	G Brno, tř. Kpt. Jaroše 14	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>100</i>	8
25.–27.	Timotej Mareš	Jiráskovo G, Náchod	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>50</i>	8
25.–27.	Honza Touš	G, Nymburk	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>67</i>	8
28.	Martin Kudělka	G, Neumannova, Žďár n. S.	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>46</i>	6
29.	Petr Martinek	G, Voděradská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>56</i>	5
30.–34.	Jan Alfery	G Na Pražačce, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>100</i>	4
30.–34.	Michal Fiala	G Brno-Řečkovice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>100</i>	4
30.–34.	Pavel Herínek	ZŠ Luhačovice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>100</i>	4
30.–34.	Vojtěch Juríček	G, Kralupy	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>50</i>	4
30.–34.	Vítek Paulík	G, Nymburk	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>100</i>	4
35.	Matěj Kosma	SPŠ Ostrava - Vítkovice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>25</i>	3
36.	Ladislav Hustý	G, Frýdlant nad Ostravicí	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<i>25</i>	2

Kategorie druhých ročníků

jméno <i>Student</i> <i>Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	V	%	Σ
		4	4	4	4	4	4	8	6	38	100	197
1. <i>Filip Ayazi</i>	G Ludovíta Štúra, Trenčín	4	2	5	4	4	1	4	1	25	75	143
2. <i>Martin Kihoulou</i>	G, Mikulášské nám. 23, Plzeň	2	–	2	2	2	1	7	–	16	71	121
3. <i>Tomáš Fiala</i>	G, SOŠ a VOŠ, Ledec n. Sáz.	2	4	2	3	4	–	4	–	19	70	117
4. <i>Mikuláš Zindulka</i>	G, Mikulášské nám. 23, Plzeň	4	–	4	2	–	4	6	–	20	77	105
5. <i>Jakub Dolejší</i>	G B. Němcové, Hradec Králové	4	4	6	3	4	1	4	1	27	73	101
6. <i>Jozef Bucko</i>	G PdC, Piešťany	–	–	–	–	–	–	–	–	–	73	84
7. <i>Erik Döme</i>	G Hubeného, Bratislava	4	–	–	–	1	–	3	–	8	64	77
8. <i>Pavel Blažek</i>	G a ZUŠ, Šlapanice	4	2	–	2	4	1	6	–	19	72	71
9. <i>Tomáš Kremel</i>	G J. Škody, Přerov	4	–	–	–	4	2	–	–	10	76	68
10. <i>Miloslav Staněk</i>	G a ZUŠ, Šlapanice	4	4	–	–	4	1	–	–	13	85	64
11. <i>Václav Skála</i>	G J. Vrchlického, Klatovy	2	–	–	–	–	–	–	–	2	66	53
12. <i>Ondřej Bohdal</i>	G Jura Hronca, Bratislava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	76	47
13. <i>Samuel Kočiščík</i>	G Poštová, Košice	4	4	2	2	4	1	5	–	22	70	45
14. <i>Dušan Stěhule</i>	G B. Němcové, Hradec Králové	2	–	–	–	–	1	4	–	7	69	42
15. <i>Zdeněk Turek</i>	G a SOŠ, Rokycany	4	2	–	–	–	–	–	–	6	78	39
16. <i>Štěpán Štěpán</i>	Jiráskovo G, Náchod	–	–	–	–	–	–	–	–	–	84	37
17. <i>Jakub Dvořák</i>	G, Botičská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	72	36
18. <i>Petr Doležal</i>	G Z. Wintra, Rakovník	–	–	–	–	–	–	–	–	–	82	32
19. <i>Petr Smíšitel</i>	G, Bučovice	2	–	–	–	–	–	–	–	2	82	27
20. <i>Jakub Maruška</i>	G Andreja Vrábľa, Levice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	63	26
21. <i>Radovan Zeman</i>	G, Uničov	4	–	–	–	–	–	–	–	4	89	25
22. <i>Marek Liška</i>	G a SOŠPg, Jeronýmova, Liberec	–	–	–	–	–	–	–	–	–	83	24
23. <i>Petr Buchal</i>	G, Mimoň	–	–	–	–	–	–	–	–	–	70	23
24. <i>Štefan Stanko</i>	G Andreja Vrábľa, Levice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	65	20
25. <i>Filip Čonka</i>	G L. Štúra, Zvolen	–	–	–	–	–	–	–	–	–	66	19
26. <i>Benedikt Peňko</i>	G Matyáše Lercha, Brno	–	–	–	–	–	–	–	–	–	71	15
27.–29. <i>Olga Leskovjanová</i>	Masarykovo G, Vsetín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	58	14
27.–29. <i>Matěj Sehnal</i>	G O. Havlové, Ostrava-Poruba	–	–	–	–	–	–	–	–	–	70	14
27.–29. <i>Hana Šáchová</i>	G J. V. Jirsíka, Č. Budějovice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	48	14
30. <i>Jan Ulrich</i>	G a SOŠE, Sedlčany	–	–	–	–	–	–	–	–	–	71	12
31.–34. <i>Matěj Malý</i>	G J. Vrchlického, Klatovy	–	–	–	–	–	–	–	–	–	67	8
31.–34. <i>Jan Marek</i>	G Zábřeh	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	8
31.–34. <i>Jan Soukup</i>	G J. Vrchlického, Klatovy	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	8
31.–34. <i>Petr Turnovec</i>	SOŠ a SOU, Tábor	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	8
35.–36. <i>František Pavelka</i>	G, Uničov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	6
35.–36. <i>Veronika Veresová</i>	G Rimavská Sobota	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	6
37.–40. <i>Dávid Barbora</i>	G Fr. Švantnera	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	4
37.–40. <i>Stanislav Bartoš</i>	G J. A. Komenského, Uh. Brod	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	4
37.–40. <i>Jana Orságová</i>	Masarykovo G, Vsetín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	24	4
37.–40. <i>Dávid Sekáč</i>	SZŠ Moyzesova, KE	–	–	–	–	–	–	–	–	–	22	4
41.–42. <i>Petra Hrubcová</i>	G, Nad Alejí, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	25	2
41.–42. <i>Ondřej Soukup</i>	Gymnázium Mozartova, Pardubice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	2
43. <i>Andrej Peleš</i>	G Andreja Vrábľa, Levice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0	0

Kategorie třetích ročníků

jméno Student Pilný	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	V	%	Σ
		2	2	4	4	4	4	8	6	34	100	177
1. <i>Jakub Kvorcka</i>	G, Dubnica n. Váhom	2	2	6	3	4	1	6	6	30	80	133
2. <i>Patrik Turzák</i>	G Poštová, Košice	2	2	6	–	–	–	8	4	22	99	109
3. <i>Radka Štefaníková</i>	G O. Havlové, Ostrava-Poruba	2	1	4	3	2	1	6	–	19	64	88
4.–6. <i>Jiří Guth</i>	G, Jírovcova, České Budějovice	2	–	4	–	4	–	–	–	10	88	80
4.–6. <i>Peter Hojnos</i>	G Školská, Spišská Nová Ves	2	2	3	2	1	1	4	–	15	58	80
4.–6. <i>Markéta Vohníková</i>	PORG, Praha	2	2	3	2	4	1	5	–	19	65	80
7. <i>Daniël Slezák</i>	Svobodná chebská škola	2	2	–	2	1	2	5	3	17	70	69
8. <i>Lukáš Knob</i>	G, Kojetín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	86	62
9. <i>Petr Kepčija</i>	G, Jírovcova, České Budějovice	2	–	4	–	4	–	–	–	10	70	59
10. <i>Viktor Skoupý</i>	G, Moravská Třebová	2	2	3	–	4	–	–	–	11	70	55
11. <i>Mark Daniel</i>	G Párovská, Nitra	0	–	–	–	–	1	–	–	1	53	48
12. <i>Lucie Valentová</i>	G, Boskovice	1	2	1	–	–	1	5	–	10	55	47
13. <i>Adam Práda</i>	G, Ostrov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	83	33
14. <i>Martin Jurček</i>	G, Studentská, Havířov	2	2	6	–	–	–	–	–	10	78	32
15. <i>Michal Belina</i>	G Volgogradská, Ostrava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	48	30
16.–17. <i>Martin Šípka</i>	G Kežmarok	–	–	–	–	–	–	–	–	–	58	25
16.–17. <i>Martin Wirth</i>	První české G, Karlovy Vary	–	–	–	–	–	–	–	–	–	76	25
18. <i>Marek Koščo</i>	G Varšavská, Žilina	0	1	2	–	4	1	3	–	11	55	22
19.–20. <i>Jaroslav Hofierka</i>	G J. A. Raymana, Prešov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	81	21
19.–20. <i>Vendula Kotyzová</i>	Wichterlovo G, Ostrava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	44	21
21. <i>Jiří Jaskowiec</i>	Wichterlovo G, Ostrava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	56	19
22. <i>Václav Dvořáček</i>	PORG, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	72	18
23. <i>Tomáš Zahradník</i>	Gymnázium Oty Pavla, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	74	17

Kategorie čtvrtých ročníků

jméno Student Pilný	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	V	%	Σ
		2	2	4	4	4	4	8	6	34	100	177
1. <i>Miroslav Hanzelka</i>	G, Česká Lípa	2	2	6	–	3	4	7	5	29	91	153
2. <i>Jakub Šafin</i>	G, P. Horova, Michalovce	2	2	5	–	4	1	5	4	23	80	133
3. <i>Peter Šišán</i>	G PdC, Piešťany	2	2	3	3	4	2	5	–	21	67	95
4. <i>Jakub Bahyl</i>	G Varšavská, Žilina	–	–	–	–	–	–	–	–	–	71	77
5. <i>Tereza Uhlířová</i>	G, Omská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	73	76
6. <i>Lubomír Grund</i>	G Christiana Dopplera, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	69	75
7. <i>David Matejov</i>	G, Dubnica n. Váhom	2	–	4	–	–	–	–	–	6	79	69
8. <i>David Siegert</i>	G, Klášterec n. O.	–	–	–	–	–	–	–	–	–	76	55
9. <i>Vít Nosek</i>	G, SOŠ, SOU a VOŠ, Hořice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	83	50
10. <i>Veronika Dočkalová</i>	G, Elgartova, Brno	–	–	–	–	–	–	–	–	–	73	46
11. <i>Michal Buráň</i>	G J. A. Komenského, Uh. Brod	–	–	–	–	–	–	–	–	–	78	31
12.–14. <i>Michal Červeňák</i>	G Púchov	–	–	–	–	–	3	–	–	3	70	30
12.–14. <i>Tomáš Gonda</i>	G Grösslingova, Bratislava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	97	30
12.–14. <i>Erik Hendrych</i>	G J. Heyrovského, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	91	30
15.–16. <i>Lukáš Fusek</i>	G Uherské Hradiště	–	–	–	–	–	–	–	–	–	66	29
15.–16. <i>Filip Murár</i>	G, Masarykovo nám., Třebíč	–	–	–	–	–	–	–	–	–	85	29
17. <i>Tomáš Kello</i>	G J. A. Raymana, Prešov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	85	22
18. <i>Lukáš Tímko</i>	G P. de Coubertina, Tábor	–	–	–	–	–	–	–	–	–	75	21
19.–21. <i>Jakub Doležal</i>	G, Špitálská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	64	18
19.–21. <i>Ivana Monková</i>	G J. A. Raymana, Prešov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	60	18
19.–21. <i>Tomáš Turlík</i>	G J. A. Raymana, Prešov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	60	18
22.–23. <i>Jaroslav Průcha</i>	G, Strakonice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	53	16
22.–23. <i>Bogdan Yaparov</i>		–	–	–	–	–	–	–	–	–	70	16



FYKOS

UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta


Ústav teoretické fyziky

V Holešovičkách 2

180 00 Praha 8

www: <http://fykos.cz>

e-mail: fykos@fykos.cz

FYKOS je také na Facebooku 

<http://www.facebook.com/Fykos>

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.