Úloha I.S ... seriálová

6 bodů; průměr 2,78; řešilo 32 studentů

a) Vyhledejte z dostupných zdrojů typické vlastnosti plazmatu ve slunečním větru, centru tokamaku a doutnavém výboji a spočtěte příslušnou velikost λ_D.
b) Spočtěte vztah pro velikost Debyeovy délky pro plazma tvořené elektrony o teplotě T_e a ionty o teplotě T_i bez předpokladu nehybných iontů.
c) Spočtěte rozložení potenciálu mezi dvěma nekonečnými rovnoběžnými vodivými deskami vzdálenými od sebe na vzdálenost d, které jsou držené na potenciálu $\varphi = 0$. Prostor mezi deskami je rovnoměrně vyplněný plynem nabitých částic o náboji q a koncentraci n.

Robin.

Vlastnosti plazmatu

Parametry plazmatu ve slunečním větru mají poměrně široké rozpětí v závislosti na událostech, které v něm probíhají. Jako typické hodnoty ve vzdálenosti od Slunce odpovídající oběžné dráze Země můžeme uvažovat $T_e = T_i = 100\,\mathrm{eV}$ a $n = 6 \cdot 10^6\,\mathrm{m}^{-3}$. Tomu odpovídá Debyeova délka $\lambda_D \approx 100\,\mathrm{m}$. V centru tokamaku je $T_e = T_i = 10\,\mathrm{keV}$ a $n = 10^{20}\,\mathrm{m}^{-3}$, tj. $\lambda_D \approx 1\,\mu\mathrm{m}$. V doutnavém výboji pak $T_e = 10\,\mathrm{eV}$ a $n = 10^{15}\,\mathrm{m}^{-3}$, tj. $\lambda_D \approx 1\,\mathrm{mm}$.

Debyeova délka

Vyjdeme z jednorozměrné Poissonovy rovnice, kam za hustoty iontů a elektronů dosadíme

$$n_i = n_\infty \mathrm{e}^{\frac{-e\varphi}{kT_\mathrm{i}}} \quad \text{a} \quad n_e = n_\infty \mathrm{e}^{\frac{e\varphi}{kT_\mathrm{e}}}\,,$$

následně použijeme stejný postup jako při prvním odvození Debyeovy délky. Dostaneme se k rovnici

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2} = \frac{e^2 n_\infty}{\varepsilon_0(kT_\mathrm{e} + kT_\mathrm{i})}\varphi\,,$$

z čehož získáme novou Debyeovu délku

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0(kT_\mathrm{e} + kT_\mathrm{i})}{ne^2}}\,.$$

Mezi deskami

Vyjdeme z jednorozměrné Poissonovy rovnice, kam dosadíme konstantní nábojovou hustotu

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2} = \frac{qn}{\varepsilon_0}\,.$$

První integrací získáme nejprve průběh elektrického pole

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x} = -E(x) = \frac{qn}{\varepsilon_0}x\,,$$

druhou integrací s použitím okrajových podmínek $\varphi(-d/2) = 0$ a $\varphi(d/2) = 0$ dostaneme žádaný profil potenciálu

$$\varphi(x) = \frac{qn}{\varepsilon_0}(d^2 - x^2)\,.$$

Michael Komm
robin@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.