Úloha IV.S ... seriálová

6 bodů; průměr 0,75; řešilo 8 studentů

a) Za použití vztahu pro srážkovou frekvenci z minulého dílu seriálu odvoďte vzorec pro difuzní koeficient klasické difuze a spočtěte jeho hodnotu pro typické plazma v tokamaku (viz první díl seriálu).

b) Odvoďte vztah určující závislost frakce zachycených částic (tj. poměr zachycených částic ku celkové populaci) na poměru hlavního a malého poloměru plazmatu r/R_0.

Robin.

a) S využitím následujících vztahů

$$D = \frac{r_\mathrm{L}^2}{\tau}\,,$$

$$r_L = \frac{\sqrt{kT_\mathrm{e}m_\mathrm{e}}}{|q_\mathrm{e}B|}\,,$$

$$\tau = 1/\nu_\mathrm{ie} = \frac{16\pi\varepsilon_0^2 m_\mathrm{e}^2\left(\frac{kT_\mathrm{e}}{m_\mathrm{e}}\right)^{3/2}}{ne^4}$$

dospějeme k finálnímu výrazu

$$D = \frac{ne^2\sqrt{m_\mathrm{e}}}{16\pi\varepsilon_0^2 B^2\sqrt{kT_\mathrm{e}}}\,.$$

Po dosazení typických hodnot plazmatu ve středu tokamaku ($n = 10^{20}\,\mathrm{m^{-3}}$, $B = 2\,\mathrm{T}$, $T_\mathrm{e} = 1\,000\,\mathrm{eV}$) dospějeme k hodnotě

$$D = 1{,}2\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m^2{\cdot}s^{-1}}\,.$$

Tato hodnota je ještě nižší, než je uvedeno v textu. Ve skutečnosti hraje největší roli difuze na okraji plazmatu, kde je menší magnetické pole a hlavně výrazně nižší teplota. Navíc vztah uvedený v seriálu je jen přibližný.

b) Toroidální magnetické pole není konstantní, ale jak vyplynulo z úvahy o banánových orbitech částic, klesá směrem od osy torusu

$$B = B_0\frac{R_0}{R}\,,$$

kde index 0 značí hodnoty veličin uprostřed poloidálního řezu komory (tj. R_0 je hlavní poloměr tokamaku). Poměr maximálního pole v komoře (tj. na místě nejblíž ose torusu) ku minimálnímu tedy bude

$$\frac{B_\mathrm{min}}{B_\mathrm{max}} = \frac{R_0 + a}{R_0 - a}\,,$$

kde a je malý poloměr tokamaku. Za použití podmínky pro ztrátový kužel odvozené v předešlých dílech seriálu dospějeme k meznímu poměru rychlostí

$$\frac{v_{||0}}{v_{\perp 0}} < \sqrt{\frac{2a}{R_0 - a}}\,.$$

Pro izotropní Maxwellovské rozdělení částic je frakce zachycených částic f daná tvarem rychlostního prostoru a můžeme ji vyjádřit pomocí poměru složek rychlostí částice, která je přesně na hranici ztrátového kužele

$$f = \frac{v_{||0}}{v_0}\,.$$

Za použití vztahu pro složky rychlosti $v^2 = v_{||}^2 + v_{\perp}^2$ vyjádříme

$$\left(\frac{v_{||}}{v}\right)^2 = \frac{\left(\frac{v_{||}}{v_{\perp}}\right)^2}{1 + \left(\frac{v_{||}}{v_{\perp}}\right)^2}$$

a po několika úpravách dostaneme výraz pro f

$$f = \sqrt{\frac{2a}{R_0 + a}},$$

neboli

$$f = \sqrt{\frac{2}{1 + \varepsilon}}\,,$$

kde $\varepsilon = R/a$ je poměr hlavního a malého poloměru tokamaku.

Michael Komm
`robin@fykos.cz`