

Úloha I.4 ... zkáza Titaniku

4 body; průměr 3,12; řešilo 99 studentů

Náry si vždy přál mít loďku, a tak si jednoho krásného dne pořídil jednu ve tvaru kvádra bez horní podstavy (jako vana) s vnějšími rozměry a , b , c a tloušťkou stěny d , která byla vyrobena z voňavého dřeva o hustotě ϱ (větší než hustota vody). Druhého krásného dne loďku spustil na vodu, ale zjistil, že má na dně díрку, kterou voda přitéká s průtokem Q_1 . To bylo nemilé, a protože je mužem činu, začal počítat, za jak dlouho se mu do loďky začne valit voda vrchem. Stejnou otázku klade i tato úloha. Zvažte i situaci, kdy by Náry o hmotnosti m v loďce seděl a mezi výpočty zoufale vyléval vodu svou botou s průtokem Q_2 . Loďka je celou dobu vodorovně.

Kiki zaslechla o problému s tím, že skoro všechny úlohy vymýšlí Karel.

Na Náryho loďku působia dve dôležité sily, gravitačná a vztlaková. Rovno vieme povedať, že loď sa bude postupne ponárať, až kým sa nedostane jej horný okraj na úroveň hladiny. V tomto momente je vztlaková sila rovná

$$F_{vz} = V \varrho_{\text{voda}} g,$$

kde sme označili $V \stackrel{\text{def}}{=} abc$ vonkajší objem lode. Ak zanedbáme vertikálne zrýchlenie lode¹, platí v tomto momente pre gravitačnú silu F_G

$$F_{vz} + F_G = 0. \quad (1)$$

Hmotnosť lode M sa skladá z dreva a natečenej vody. Drevo má hmotnosť²

$$\varrho(abc - (a - 2d)(b - 2d)(c - d)) = \varrho V_{\text{dreva}}.$$

Natečená voda v čase t váži jednoducho $Q_1 \varrho_{\text{voda}} t$. Gravitačná sila je

$$F_G = g(Q_1 \varrho_{\text{voda}} t + \varrho V_{\text{dreva}})$$

a z podmienky (1) dostávame vzťah pre čas potopenia t_1

$$\varrho_{\text{voda}} abc = Q_1 \varrho_{\text{voda}} t_1 + \varrho V_{\text{dreva}},$$

alebo

$$t_1 = \frac{abc - \frac{\varrho V_{\text{dreva}}}{\varrho_{\text{voda}}}}{Q_1}.$$

Tiež vidíme, že ak je drevo príliš ťažké ($\varrho V_{\text{dreva}} > \varrho_{\text{voda}} abc$), loď sa hneď potopí. V prípade s Nárym na palube je pridaná tiaž mg , no prítok vody je len $Q_1 - Q_2$ (prípád $Q_2 \geq Q_1$ je triviálny). Náryho hmotnosť pridáme ku hmotnosti dreva a rovno môžeme teda napísať, že sa loď potopí za čas

$$t_2 = \frac{abc - \frac{\varrho V_{\text{dreva}} + m}{\varrho_{\text{voda}}}}{Q_1 - Q_2}.$$

Pre zaujímavosť ešte dodajme, že podmienka $t_2 > t_1$ sa dá upraviť na

$$m < \frac{Q_2}{Q_1} (\varrho_{\text{voda}} abc - \varrho V_{\text{dreva}}).$$

¹Správne by pohybová rovnica vyzerala $F_{vz} + F_G = Ma_{\text{hore}}$. My dúfame, že platí aproximácia $F_G \gg Ma_{\text{hore}}$, čo sa stane napríklad pre malé Q_1 .

²Rozmer c sme si zvolili ako výšku lode. Uvedomte si, že vnútrajšok lode má vo vodorovných smeroch stenu hrúbky d na oboch stranách, no vo zvislom smere ho znižuje len dno.

Ján Pulmann
janci@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.