

Úloha IV.1 ... kofolová

2 body; průměr 1,13; řešilo 55 studentů

Mějme kofolu s energetickou hodnotou $Q_k = 1360 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ a teplotou $t_k = 24^\circ\text{C}$ a kofolu bez cukru s energetickou hodnotou $Q_{\text{bez}} = 14,4 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ a teplotou $t_{\text{bez}} = 4^\circ\text{C}$. Pokud předpokládáme, že v jiných vlastnostech se kofoly od vody neliší, při jaké teplotě můžeme pít směs těchto kapalin tak, aby byla celková získaná energie nulová? *Filip chcel chudnúť pitím kofoly.*

Směs obou kofol má energetickou hodnotu $Q_{\text{kof}} = Q_k p + Q_{\text{bez}} q$, kde p, q jsou kladná reálná čísla, $p : q$ je hmotnostní poměr normální kofoly ke kofole bez cukru ve výsledné směsi a $p + q = 1$. Taktéž bude mít teplotu $t_{\text{kof}} = t_k p + t_{\text{bez}} q$, neboť obě kofoly mají stejné fyzikální vlastnosti a výsledná teplota je pouhým aritmetickým průměrem.

Teplota uvnitř lidského těla je $t_0 \approx 37^\circ\text{C}$. Když směs o teplotě t_{kof} vypijeme, ohřeje se uvnitř našeho těla na jeho teplotu, tedy jí musíme nějakou energii odevzdat. Předpokládejme, že hmotnost vypité kofoly je mnohem menší než hmotnost lidského těla, tedy změna teploty těla bude zanedbatelná. Jeden kilogram kofoly přijme při ohřátí teplo $Q_{\text{oh}} = c_{\text{kof}}(t_0 - t_{\text{kof}})$, přičemž $c_{\text{kof}} = c_{\text{voda}} = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Abyste byla celková přijatá energie rovna nule, musí platit $Q_{\text{oh}} = Q_{\text{kof}}$, tedy

$$c_{\text{kof}}(t_0 - t_k p - t_{\text{bez}} q) = Q_k p + Q_{\text{bez}} q.$$

Upravíme a s podmínkou $p + q = 1$ dostaneme

$$p = \frac{c_{\text{kof}} t_0 - Q_{\text{bez}} - c_{\text{kof}} t_{\text{bez}}}{Q_k + c_{\text{kof}} t_k - Q_{\text{bez}} - c_{\text{kof}} t_{\text{bez}}},$$

$$q = \frac{Q_k + c_{\text{kof}} t_k - c_{\text{kof}} t_0}{Q_k + c_{\text{kof}} t_k - Q_{\text{bez}} - c_{\text{kof}} t_{\text{bez}}}.$$

Hmotnostní zlomky vynásobíme teplotami t_k, t_{bez} a vypočteme

$$t_{\text{kof}} = \frac{t_k (c_{\text{kof}} t_0 - Q_{\text{bez}} - c_{\text{kof}} t_{\text{bez}}) + t_{\text{bez}} (Q_k + c_{\text{kof}} t_k - c_{\text{kof}} t_0)}{Q_k + c_{\text{kof}} t_k - Q_{\text{bez}} - c_{\text{kof}} t_{\text{bez}}}$$

$$= \frac{c_{\text{kof}} t_0 (t_k - t_{\text{bez}}) + Q_k t_{\text{bez}} - Q_{\text{bez}} t_k}{c_{\text{kof}} (t_k - t_{\text{bez}}) + Q_k - Q_{\text{bez}}}$$

Na kalkulačce dosadíme známé hodnoty (energetické hodnoty v $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, teplotu v $^\circ\text{C}$ a měrnou tepelnou kapacitu v $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) a získáme

$$t_{\text{kof}} \doteq 5,7^\circ\text{C}.$$

Je zřejmé, že tedy budeme pít směs, kde bude převážně kofola bez cukru. Pokud by nás zajímal i přesný poměr, snadno nalezneme $q = 0,914$.

Markéta Calábková
calabkovam@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.