

Úloha VI.E . . . zákeřný restituční koeficient

8 bodů; průměr 5,43;

řešilo 40 studentů

Pokud pustíte hopík či jiný pružný míček na vhodný povrch, pak se začne odrážet. Při každém odrazu se disipuje (ztrácí do tepla, zvuku atd.) kinetická energie míčku a ten proto nevyskočí do počáteční výšky. Definujme koeficient restituční jako poměr kinetické energie míčku po dopadu ku kinetické energii před dopadem. Závísí koeficient restituční na výšce, ze které míček dopadal? Vyberte si jeden vhodný míček a jeden vhodný povrch (měření na více površích s více míčky samozřejmě náležitě oceníme), na kterém proměříte závislost koeficientu restituční na výšce, ze které míček dopadl. Experiment náležitě popište a proveďte dostatečný počet měření.

Karel Mrzelo, že u ping-pongového míčku má velký vliv odpor vzduchu.

Popis experimentu

Naším úkolem je změřit restituční koeficient odrazu skákacího míčku (dále jen hopík) od povrchu při různých výškách, ze kterých hopík na povrchu padá. Toho lze dosáhnout různými způsoby. My budeme měřit časy mezi jednotlivými dopady analýzou zvuku pomocí programu Audacity¹. Postupovat budeme tak, že pustíme hopík z určité výšky a necháme jej volně se odrážet tak dlouho, dokud to bude možné (příliš malé odrazy, úhel odrazu se odchyľuje, . . .). Konkrétní koeficienty restituční pro jednotlivé dopady (stejně jako výšku, ze které hopík padal) vypočítáme z časových rozdílů mezi předchozím a měřeným dopadem, a měřeným a následujícím dopadem. Tímto způsobem jsme schopni získat poměrně velké množství relativně přesných dat.

Teorie

Nechť t_1 je čas mezi předchozím a měřeným dopadem, t_2 čas mezi měřeným a následujícím dopadem a e je koeficient restituční kolize hopíku s povrchem.

Nejprve uvažujme situaci bez vlivu aerodynamického odporu. Nechť h_1 je výška v bodě obratu hopíku před měřeným dopadem a h_2 výška v bodě obratu po měřeném dopadu. Hopík se pohybuje v souladu s řešením pohybové rovnice pro pád z klidové výšky h_0

$$h = h_0 - \frac{1}{2}gt^2.$$

Potom tedy platí

$$h_1 = \frac{1}{8}gt_1^2,$$

$$h_2 = \frac{1}{8}gt_2^2.$$

Koeficient restituční e je definován jako podíl kinetických energií po odrazu a před odrazem. V modelu bez odporu vzduchu jsou tyto energie podle zákona zachování energie úměrné výškám bodů obratu, tedy

$$e = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{mgh_2}{mgh_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2}.$$

Takže závislost koeficientu restituční na výšce vypuštění hopíku bude mít tvar

$$e(h) = e(h_1) = e(t_1) = \frac{t_2^2}{t_1^2}. \quad (1)$$

¹<http://www.audacityteam.org/>

Odpor vzduchu

V závislosti na parametrech a metodice Vašeho experimentu může hrát odpor vzduchu větší či menší roli. Proto by se měl každý experimentátor přesvědčit o tom, jaký vliv má aerodynamický odpor v daném uspořádání²

Velikost odporové síly lze dobře přiblížit pomocí Newtonova vztahu³

$$F = \frac{1}{2} C_{\rho} S v^2,$$

kde C je součinitel odporu, ρ je hustota vzduchu, S je plocha průřezu hopíku do roviny kolmé ke směru relativního pohybu hopíku a vzduchu, v je velikost vzájemné rychlosti hopíku a vzduchu. Směr této síly je vždy proti relativnímu pohybu hopíku vůči vzduchu. Newtonův vztah dobře popisuje aerodynamický odpor pro větší rychlosti. Pro nízké rychlosti sice hodnotu odporu podhodnocuje, ale pro tyto velikosti rychlosti jsou odporové síly stejně zanedbatelné, proto Newtonův vztah popisuje náš systém dobře. Námi použité hopíky se dají aproximovat koulí o průměru d a hmotnosti m . Hodnotu Reynoldsova čísla lze odhadnout jako

$$\text{Re} = \frac{dv}{\nu},$$

kde ν je kinematická viskozita vzduchu (nalezneme v tabulkách). Kvalifikovaným odhadem lze nahlédnout, že v našem případě přesáhne místy hodnota Reynoldsova čísla 10 000, takže aplikace newtonovského odporu je na místě.

Definujme k jako

$$k = \frac{\pi}{16} \frac{\rho d^2}{m},$$

kde jsme tiše položili $C = 1/2$ jakožto součinitel odporu pro kouli. Pohybová rovnice hopíku mezi odrazy má potom tvar

$$\ddot{h} = -g \pm k\dot{h}^2$$

kde znaménko \pm nabývá hodnoty $-$ pro pohyb hopíku nahoru a $+$ při pohybu hopíku dolů. Tato diferenciální rovnice má řešení

$$\begin{aligned} h_+ &= H_1 + \frac{1}{k} \ln \left(\cos \left(\sqrt{gk} (T_1 - t) \right) \right), \\ h_- &= H_2 - \frac{1}{k} \ln \left(\cosh \left(\sqrt{gk} (T_2 + t) \right) \right), \\ v_+ &= \dot{h}_+ = -\sqrt{\frac{g}{k}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{gk} (T_1 + t) \right), \\ v_- &= \dot{h}_- = -\sqrt{\frac{g}{k}} \operatorname{tgh} \left(\sqrt{gk} (T_2 + t) \right), \end{aligned}$$

kde H_1, H_2, T_1, T_2 jsou konstanty, a znaménka v dolních indexech určují směr rychlosti $v = \dot{x}$.

Uvažujme pohyb hopíku mezi odrazy, který trvá čas T . Necht hopík dosáhne bodu obratu v čase $t = 0$. Dále položme $H_1 = H_2 = 0$ jako výšku bodu obratu, podobně $T_1 = T_2 = 0$. Necht

²Nestačí fakt, že Vám data vychází „pěkně“, jak se ukážeme později.

³Skriptá KFPP MFF UK, rovnice 4,146; 10. 5. 2016 http://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/4_6

(první) odraz hopíku od povrchu nastal v čase $t = -t_1$, a (druhý) dopad hopíku na povrch v čase $t = t_2$. Potom platí

$$T = t_1 + t_2, \quad h_m = -\frac{1}{k} \ln \left(\cos \left(\sqrt{gk} (t_1) \right) \right) = \frac{1}{k} \ln \left(\cosh \left(\sqrt{gk} (t_2) \right) \right), \quad (2)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{k}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{gk} (t_1) \right), \quad (3)$$

$$v_1 = -\sqrt{\frac{g}{k}} \operatorname{tgh} \left(\sqrt{gk} (t_2) \right), \quad (4)$$

kde h_m je výška bodu obratu nad povrchem, v_0 je rychlost hopíku bezprostředně po (prvním) odrazu a v_1 je rychlost hopíku při (druhém) dopadu na povrch.⁴ Z rovnice (2) dostaneme vztah mezi t_1 a t_2

$$\cosh \left(\sqrt{gk} (t_2) \right) = 1 / \cos \left(\sqrt{gk} (t_1) \right).$$

Odtud již můžeme získat zajímavý parametr – poměrnou ztrátu energie následkem aerodynamického odporu (tj. období koeficientu restituce pro let). Označme jej e_v , platí pro něj

$$e_v = \frac{v_1^2}{v_0^2} = \frac{\operatorname{tgh}^2(\operatorname{acosh}(1/\cos(\sqrt{gk} t_1)))}{\operatorname{tg}^2(\sqrt{gk} t_1)} = \cos^2(\sqrt{gk} t_1),$$

což můžeme pomocí (2) vyjádřit jako

$$e_v = e^{-2kh_m}. \quad (5)$$

Podle velikosti parametru maximálních hodnot e_v můžeme upravit další postup:

1. ($1 - e_v \ll 1 - e$): Odpor vzduchu má na výsledek experimentu malý vliv, jeho zanedbáním nedojde k velké chybě. Příkladem může být velký, těžký hopík na dobře odrazivém povrchu pouštěný z velmi malé výšky.
2. ($1 - e_v \ll 1$): Odpor vzduchu bude mít pravděpodobně⁵ nezanedbatelný vliv na vaše výsledky a proto byste se měli pokusit jej při zpracování zohlednit. V případě potřeby je možné provést linearizaci

$$e_v = e^{-kh_m} \approx 1 - kh_m.$$

3. (e_v je malý): V tomto případě bude hrát odpor vzduchu klíčovou roli ve Vámi naměřených hodnotách. V důsledku toho je také možné, že získání hodnot koeficientů restituce odrazivosti nebude ani po započtení korekce možné, kvůli chybám při provádění této korekce. V této oblasti se nachází například pingpongové míčky pouštěné z výšky několika metrů.

V našem případě je situace ještě trochu složitější – nestačí totiž naměřené koeficienty podělit hodnotami e_v ; je třeba z času T určit rychlosti⁶ v_0 a v_1 .⁷

⁴Za povšimnutí stojí limitní přechod do modelu bez odporu vzduchu pro k jdoucí k nule, potom například $\operatorname{tg}(\sqrt{gk} t_1) \approx \sqrt{gk} t_1$ a potom $v_0 = gt_1$ etc.

⁵V závislosti na nepřesnosti vašeho měření.

⁶či energie

⁷Kdybychom to neprovedli, náš model formálně předpokládá rovnost v_0 a v_1 , proto při výpočtu koeficientu restituce po vydělení $e_v(h_1)$ bychom do řešení stále vnášeli chybu.

Předpokládejme, že⁸ $kh_m \ll 1$ a označme

$$\tau_1 = \sqrt{gkt_1}; \quad \tau_2 = \sqrt{gkt_2}; \quad \tau = \frac{\sqrt{gkT}}{2} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2},$$

$$\Delta\tau = \frac{|\tau_1 - \tau_2|}{2}.$$

Vzhledem k tomu, že

$$\tau_1^2 = gkt_1^2 \approx 2kh_m,$$

Z (2) získáme

$$\cos \tau_1 = 1/\cosh \tau_2.$$

Hodnoty τ_1 a τ_2 očekáváme poměrně malé, proto rozvíňme tuto rovnici pomocí Taylorova rozvoje do pátého řádu

$$1 - \frac{\tau_1^2}{2} + \frac{\tau_1^4}{24} + o(\tau_1^5) = 1 - \frac{\tau_2^2}{2} + \frac{5\tau_2^4}{24} + o(\tau_2^5),$$

odkud

$$\tau_1^2 \approx \tau_2^2 \frac{1 - \frac{5\tau_2^2}{12}}{1 - \frac{\tau_2^2}{12}} \approx \tau_2^2 \left(1 - \frac{5\tau_2^2}{12}\right) \left(1 + \frac{\tau_2^2}{12}\right) \approx \tau_2^2 \left(1 - \frac{5\tau_2^2 - \tau_1^2}{12}\right).$$

Uvědomíme-li si, že $\tau_1 = \tau - \Delta\tau$ a $\tau_2 = \tau + \Delta\tau$ a tudíž že $\tau_2^2 - \tau_1^2 = 4\tau\Delta\tau$, dostaneme

$$48\tau\Delta\tau \approx \tau_2^2(5\tau_2^2 - \tau_1^2) \approx (\tau^2 + 2\tau\Delta\tau + \Delta\tau^2)(4\tau^2 + 12\tau\Delta\tau + 4\Delta\tau^2) \approx 4\tau^4.$$

Tedy můžeme přibližně vyjádřit τ_1 jako

$$\tau_1 \approx \tau - \frac{\tau^3}{12},$$

$$\tau_2 \approx \tau + \frac{\tau^3}{12},$$

odkud dosazením do (2), (3) a (4) získáme funkce $h_m(T)$, $v_0(T)$ a $v_1(T)$. Označíme-li nyní časy T_1 čas mezi předchozím a měřeným dopadem a T_2 mezi měřeným a následujícím dopadem, potom pro koeficient restituce bude platit

$$e(h_m(T_1)) = \frac{v_0^2(T_2)}{v_1^2(T_1)}. \quad (6)$$

Výsledky měření

Při našem měření jsme prováděli pro tři hopíky stejné formy: červený, modrý a zelený. Jednalo se o hopíky kulového tvaru.

Tab. 1: Naměřené průměry hopíků.

$\frac{d_c}{\text{mm}}$	$\frac{d_m}{\text{mm}}$	$\frac{d_z}{\text{mm}}$
30,24	30,28	30,41
30,01	30,04	29,77
30,35	29,96	29,74
29,62	29,93	29,63
29,84	30,08	29,86
29,79	30,03	29,91
30,12	29,76	29,90
29,92	29,79	30,00
30,04	29,83	30,16
30,22	29,84	30,25
29,85	30,02	30,21
29,94	29,96	29,94
29,88	30,10	30,36
29,87	30,04	30,27
30,16	29,96	30,00

Měření průměrů

Měření průměrů jsme prováděli digitálním posuvným měřidlem s rozlišením 0,01 mm. Chybu měření jsme stanovili na 0,01 mm. Při měření je třeba dbát na to, abychom při měření nedeformovali hopík – naměřené hodnoty by potom neodpovídali skutečným klidovým rozměrům. Měření jsme 15krát opakovali v různých směrech abychom zamezili dalším systematickým chybám. Výsledky jsou v tabulce 1. Přitom jsme označili d_c je průměr červeného hopíku, d_m je průměr modrého hopíku a d_z je průměr zeleného hopíku.

Průměry hopíků byly tedy určeny jako⁹

$$d_c = (29,99 \pm 0,06) \text{ mm} ,$$

$$d_m = (29,97 \pm 0,04) \text{ mm} ,$$

$$d_z = (30,03 \pm 0,07) \text{ mm} .$$

Měření hmotností

Hmotnosti jsme měřili pomocí digitálních vah s přesností 0,01 g. Výsledky měření jsou v tabulce 2, přičemž m_c je hmotnost červeného hopíku, m_m je hmotnost modrého hopíku a m_z je hmotnost zeleného hopíku.

⁸V našem případě součin kh_{\max} nepřesáhl hodnotu 0,05.

⁹Zpracování dat provádíme například podle: Zpracování měření, text fyzikální olympiády; 10. 5. 2016 <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf>

Tab. 2: Hmotnosti hopíků.

$\frac{m_c}{g}$	$\frac{m_m}{g}$	$\frac{m_z}{g}$
20,68	20,77	21,01
20,68	20,79	21,03
20,70	20,78	21,00
20,70	20,74	21,00
20,71	20,77	20,99

Hmotnosti tedy byly určeny jako

$$m_c = (20,69 \pm 0,02) \text{ g},$$

$$m_m = (20,77 \pm 0,02) \text{ g},$$

$$m_z = (21,01 \pm 0,02) \text{ g}.$$

Měření časů mezi dopady

Bylo zaznamenáno celkem 397 relevantních dvojic časů. Vzhledem k množství zde přímo neuvеdeme tabulkový výčet.¹⁰

Chybu určování časového údaje jsme stanovili na 2 ms (více o tomto níže), chyby vypočtených veličin se poté určovali podle zákona hromadění chyb.¹¹

Závislost restitučního koeficientu na výšce

Bez odporu vzduchu

Nejprve určíme závislost restitučního koeficientu na výšce bez započtení odporu vzduchu, tedy podle (1). Výsledná data jsou vynesena na obrázcích 2, 3 a 4, kde *cer-necor* jsou data pro červený hopík, *mod-necor* jsou data pro modrý hopík a *zel-necor* jsou data pro zelený hopík.

Funkce *cer-necor-fit*(*h*), *mod-necor-fit*(*h*) a *zel-necor-fit*(*h*) jsou potom lineární funkce

$$\text{cer-necor-fit}(h) = a_{cn}h + b_{cn},$$

$$\text{mod-necor-fit}(h) = a_{mn}h + b_{mn},$$

$$\text{zel-necor-fit}(h) = a_{zn}h + b_{zn},$$

¹⁰Data lze dočasně nalézt zde: <https://uloz.to/x8FaouBz/times-data-pdf>

¹¹Zpracování měření, text fyzikální olympiády; 10. 5. 2016 <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf>

kde koeficienty byly získány pomocí lineární regrese¹² příslušných dat s výsledkem

$$\begin{aligned} a_{cn} &= (-0,017 \pm 0,003) \text{ m}^{-1}, \\ b_{cn} &= (0,776 \pm 0,002), \\ a_{mn} &= (-0,015 \pm 0,002) \text{ m}^{-1}, \\ b_{mn} &= (0,782 \pm 0,003), \\ a_{zn} &= (-0,016 \pm 0,02) \text{ m}^{-1}, \\ b_{zn} &= (0,759 \pm 0,03). \end{aligned}$$

Při tomto zpracování nám koeficient restituice s výškou mírně klesá, což by mohlo být v souladu s faktem, že jsme zanedbali vliv odporu vzduchu. Provedme tedy zpracování i s korekcí na odpor vzduchu.

Korekce na odpor vzduchu

Namísto podle (1) zpracujme výsledky pomocí (6); zpracovaná data vynášíme do obrázků 5, 6 a 8. V použitém označení *cer-cor* jsou data pro červený hopík, *mod-cor* jsou data pro modrý hopík a *zel-cor* jsou data pro zelený hopík.

Funkce *cer-cor-fit(h)*, *mod-cor-fit(h)* a *zel-cor-fit(h)* jsou potom lineární funkce

$$\begin{aligned} \text{cer-cor-fit}(h) &= a_{cc}h + b_{cc}, \\ \text{mod-cor-fit}(h) &= a_{mc}h + b_{mc}, \\ \text{zel-cor-fit}(h) &= a_{zc}h + b_{zc}, \end{aligned}$$

kde koeficienty byly získány pomocí lineární regrese na příslušná data jako:

$$\begin{aligned} a_{cc} &= (0,017 \pm 0,003) \text{ m}^{-1}, \\ b_{cc} &= (0,776 \pm 0,002), \\ a_{mc} &= (0,020 \pm 0,002) \text{ m}^{-1}, \\ b_{mc} &= (0,782 \pm 0,003), \\ a_{zc} &= (0,017 \pm 0,02) \text{ m}^{-1}, \\ b_{zc} &= (0,760 \pm 0,03). \end{aligned}$$

Při započtení odporu vzduchu nám nyní koeficient restituice s výškou dokonce mírně roste.

Diskuze výsledků

Při zanedbávání odporu vzduchu koeficient restituice klesal s rostoucí výškou, což je v souladu s očekávanými výsledky. Po započtení odporu vzduchu restituční koeficient s výškou dokonce mírně rostl, a to srovnatelně rychle jako klesal bez uvažování odporu vzduchu. Tento výsledek je mírně překvapivý, jeho vysvětlení může být například takové, že vzhledem k tomu, že jsme měření prováděli na linoleu, mohlo při dopadech na nějaké kapsy či deformace v linoleu docházet k disipaci určité části energie, která příliš neroste s výškou. Může se také jednat o systematickou chybu měření času – časy dopadů jsme určovali ze závislosti tlaku na čase – pracovali jsme

¹²Regresi jsme prováděli pomocí programu gnuplot, <http://www.gnuplot.info/>.

s rozlišením řádově větším než je stanovená chyba, nicméně jednoznačně určit okamžik nástupu vlny způsobené dopadem na místy ne příliš tichém pozadí je při těchto přesnostech problematické. Data jsme proto zaokrouhlovali na celé milisekundy a chybu stanovili větší (s připočtením možnosti náhodných lidských chyb). Nicméně nelze zcela vyloučit eventualitu, že při určování časů dochází ke zkreslení systematicky v závislosti na hlasitosti dopadu – tedy na výšce. Tento vliv by neměl být velký, ale ani celkový růst koeficientu po korekci není velký.

Další vliv mohl být horizontální pohyb hopíku. V některých případech se stalo, že se hopíky začaly pohybovat v horizontálním směru. V prvním přiblížení při malém pohybu by výsledná chyba byla zanedbatelná, protože při dopadech lze translační kinetickou energii rozložit na horizontální a vertikální složku a použíté vztahy by pro tu vertikální měly pořad platit přibližně stejně. Skutečné vlivy tohoto pohybu lze nalézt až při hlubší analýze – vliv rotace hopíku, vliv vzdálenosti od mikrofonu (občas i více než metr a 1 metr ~ 3 milisekundy, v rámci jednoho skoku míčku byl rozdíl samozřejmě menší) a hlavně energetická ztráta vertikální kinetické energie, získal-li míček horizontální složku hybnosti při dopadu. Při našem experimentu jsme se samozřejmě snažili vyřadit ta měření, kde vliv horizontálního pohybu byl zanedbatelný, ale protože toto vyřazování jsme prováděli manuálně a subjektivně, je možné, že ve výsledném souboru je vliv tohoto jevu jiný pro malé a pro velké výšky.

Dále je dobré poznamenat, že z uvedených grafů člověk může získat dojem, že jak chyby měření, tak změny restituice s výškou jsou výraznější než je tomu ve skutečnosti – proto z důvodů názornosti ještě uvedeme graf závislosti doby $(n+1)$ -ho skoku na době n -tého skoku, viz obrázek 8.

Co se týče vlivu povrchu na experiment, předpokládaná velikost restitučního koeficientu pro srážku dvou těles (v našem případě hopíku a podložky-povrchu) je

$$e_{12} = \frac{E_1 e_{11} + E_2 e_{22}}{E_1 + E_2},$$

kde e_{ij} je koeficient restituice pro srážku těles i a j , E_i je Youngův modul pružnosti tělesa i . Několik našich orientačních měření pro různé hopíky a povrchy se kvalitativně shoduje s tímto vztahem.

Závěr

Změřili jsme závislost koeficientu restituice na výšce, ze které byl hopík padal. Závislosti mají pro linoleový povrch a tři hopíky stejné série podobný charakter, na měření má odpor vzduchu zanedbatelný vliv. V závislostech lze po korekcích pozorovat mírný nárůst. Koeficienty restituice se pohybovali v rozmezí 0,76 – 0,81.

Obecné poznámky k metodice

Pokud jste se rozhodli měřit v tomto experimentu časy optickými metodami (ať už ze záznamu nebo od oka stopkami), tak platí obecná poučka, že je lepší měřit časové intervaly mezi časově lépe lokalizovatelnými jevy – tj. mezi dopady, nikoli mezi dosahy maximálních výšek.¹³ V tom případě je menší samotná chyba měření času, ale ve Vámi zvoleném postupu může být lepší měřit časy mezi maximy, pokud se to do dalšího zpracování hodí.

¹³Podobně, měřte-li doby kmitů matematického kyvadla, je lepší měřit doby mezi průřevy minimy, než mezi obraty v maximech.

Snažíte-li se vyčíst časy (ať už dopadů či dosažení maxim) ze záznamu a nemáte k dispozici rychloběžnou kameru, může se stát, že časová odlehlost jednotlivých snímků (typicky několik málo setin sekundy) bude do měření vnášet příliš velkou chybu, můžete pohyb míčku interpolovat z pozice na snímcích okolo požadovaného jevu. K tomu Vám může posloužit například program Tracker.¹⁴

V případě vyčítání poloh maxim ze záznamu může rovněž posloužit program Tracker. Jen je zde třeba dát pozor na správnou kalibraci a zamyslet se nad perspektivou zaznamenávaného obrazu.

Komentáře k došlým řešením

Hledáme-li závislost veličiny A na veličině B , nemají typicky hodnoty $\Delta A_i = A_i - \bar{A}$ samy o sobě smysl. Rozmyslete si, že velikosti těchto hodnot jsou závislé například i na tom, jak hustě v kterých intervalech veličiny B měření provádíme. Jestli tedy tuto hodnotu dále nevyužíváte, není třeba ji uvádět.

Mnoho z Vás si neuvědomilo, že když na těleso působí proměnná síla, je třeba veličiny jako je hybnost nebo práce počítat integrálem, nikoli pouze vynásobením.

Mnoho řešitelů se rovněž rozhodlo nevynášet hodnoty do grafů. Grafy ve zpracování výsledků jsou nesrovnatelně názornější než data v tabulce. Navíc v úlohách typu *zjistěte závislost*, jako byla například i tato úloha, jsou grafy ještě více žádoucí. To platí dvojnásob, chcete-li vaše data fitovat nějakou funkcí.

Lubomír Grund
grund@fykos.cz

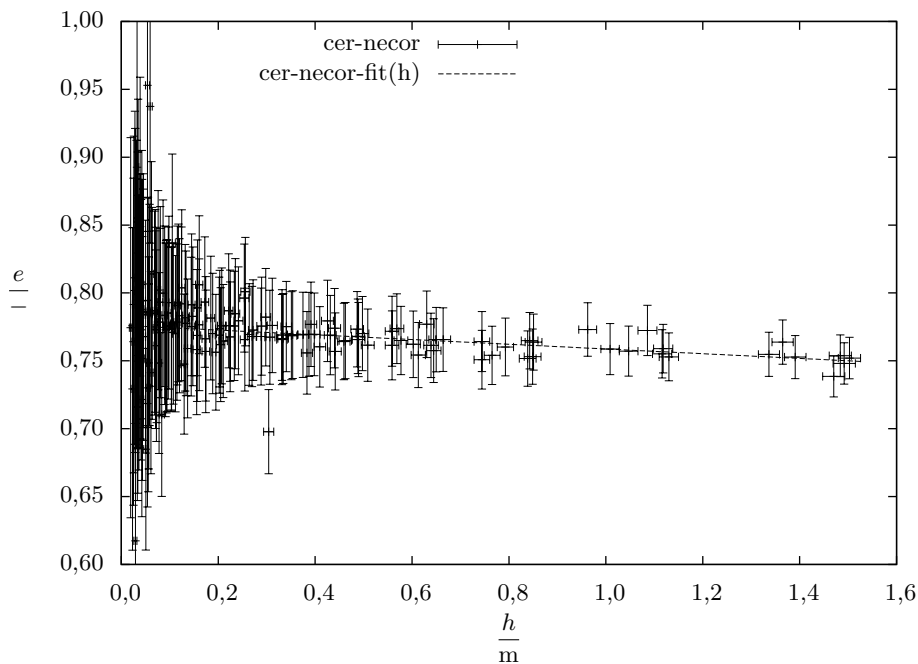
Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

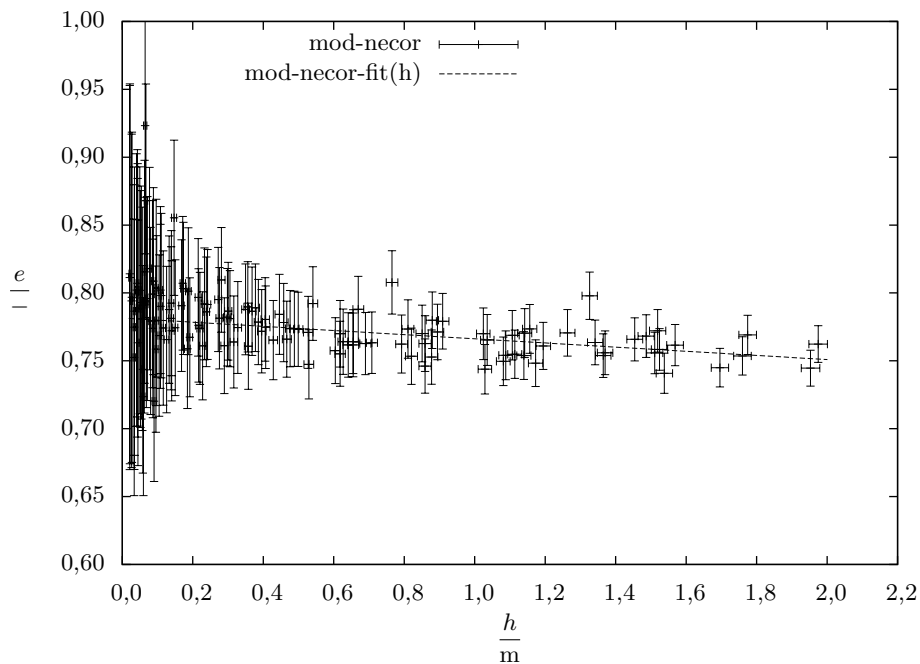
¹⁴<http://physlets.org/tracker/>



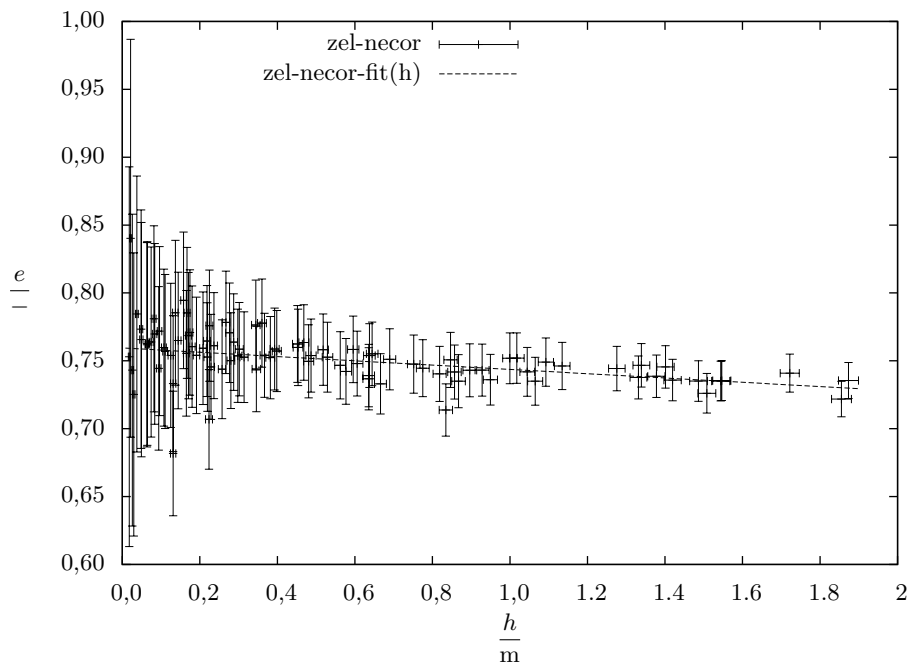
Obr. 1: Měření hmotnosti a poloměru hopíku



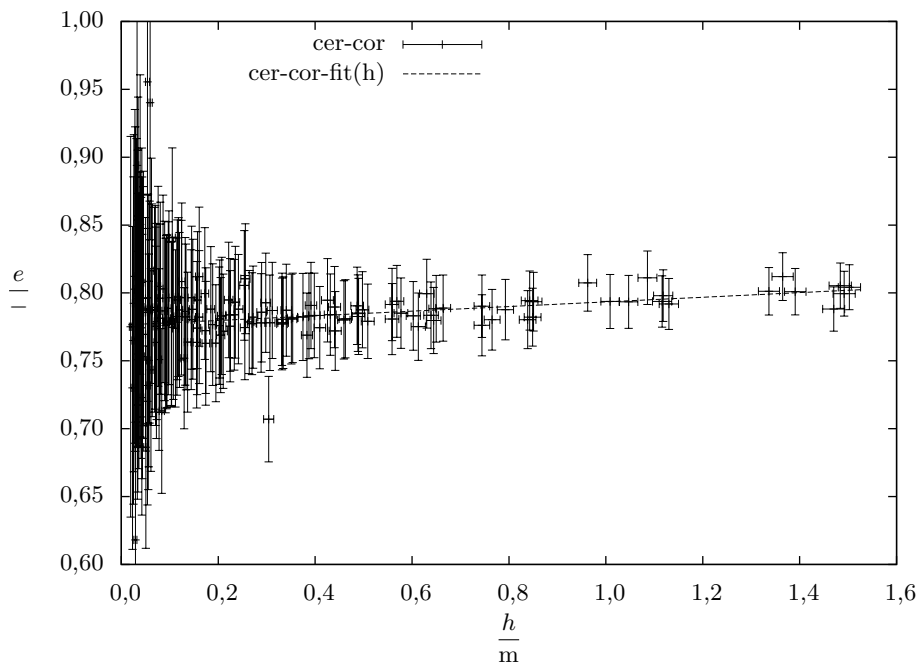
Obr. 2: Závislost koeficientu restituce odrazu červeného hopíku na výšce od linolea – při zanedbání odporu vzduchu.



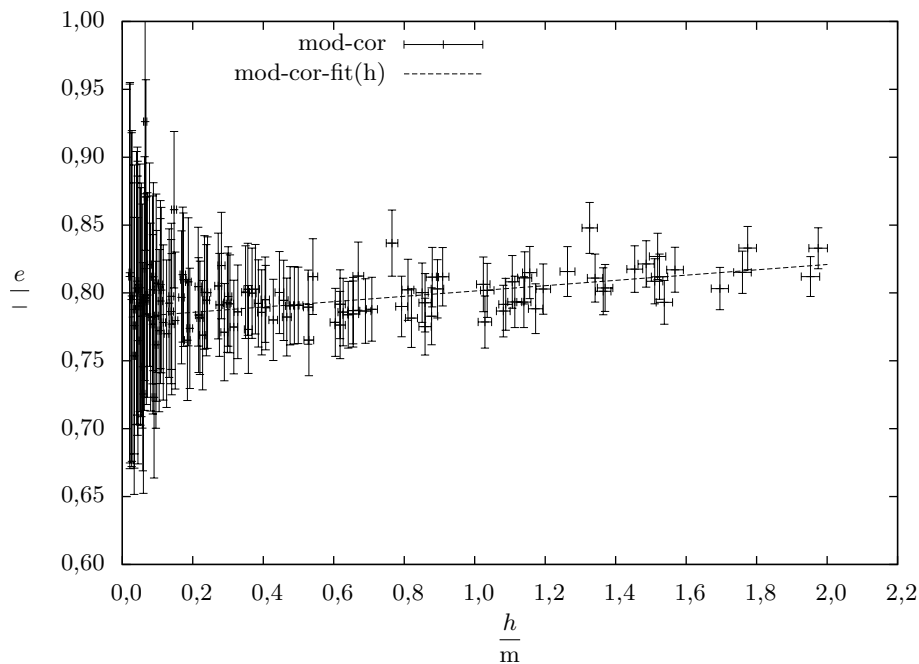
Obr. 3: Závislost koeficientu restituce odrazu modrého hopíku na výšce od linolea – při zanedbání odporu vzduchu.



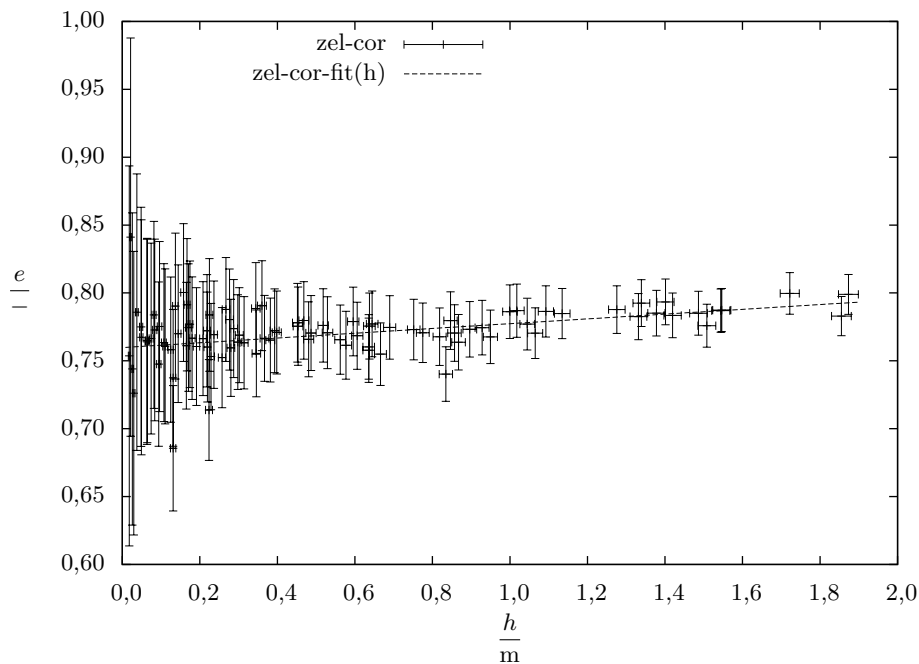
Obr. 4: Závislost koeficientu restituce odrazu zeleného hopíku na výšce od linolea – při zanedbání odporu vzduchu.



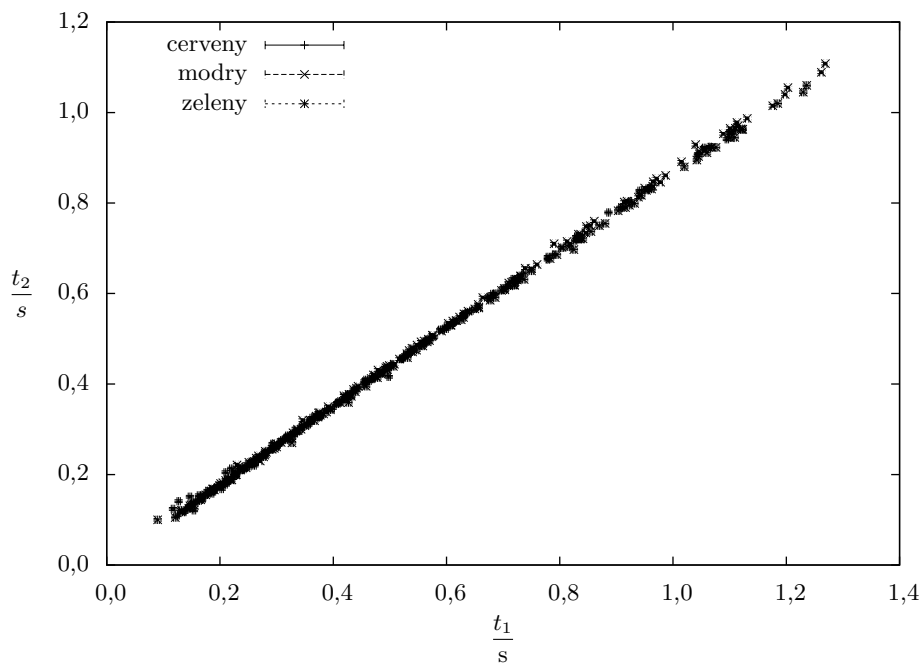
Obr. 5: Závislost koeficientu restituice odrazu červeného hopíku na výšce od linolea s korekcí na odpor vzduchu.



Obr. 6: Závislost koeficientu restituce odrazu modrého hopíku na výšce od linolea s korekcí na odpor vzduchu.



Obr. 7: Závislost koeficientu restituce odrazu zeleného hopíku na výšce od linolea s korekcí na odpor vzduchu.

Obr. 8: Závislost doby $(n + 1)$ -ho skoku na době n -tého skoku