

Úloha V.4 ... tepelné ztráty

7 bodů; průměr 5,70; řešilo 37 studentů

Na jaké teplotě se ustálí vnitřní prostředí bytu v panelovém domě? Uvažujte, že náš byt sousedí delšími stěnami, stropem a podlahou s dalšími byty, ve kterých je udržována teplota $22\text{ }^{\circ}\text{C}$. Kratšími stěnami sousedí s okolím, kde je teplota $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Vnitřní rozměry bytu jsou: výška $h = 2,5\text{ m}$, šířka $a = 6\text{ m}$ a délka $b = 10\text{ m}$. Součinitel měrné teplotní vodivosti stěn je $\lambda = 0,75\text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$. Vnější stěny a stropy jsou tlusté $D_{\text{out}} = 20\text{ cm}$ a vnitřní $D_{\text{in}} = 10\text{ cm}$.

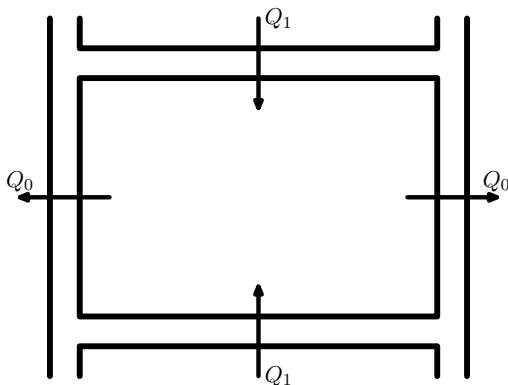
Jak se změní výsledek, pokud budovu zvenku zateplíme polystyrenem o tloušťce $d = 5\text{ cm}$ s měrnou tepelnou vodivostí $\lambda' = 0,04\text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$?

Karel přemýšlel nad tím, jak to funguje v paneláku...

Úloha je zameraná na vedenie tepla. Základná rovnica, ktorú využijeme, je

$$Q = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{d} t, \quad (1)$$

kde λ je koeficient tepelnej vodivosti, S je plocha steny, $T_1 - T_2$ je rozdiel teplôt a t je doba tepelnej výmeny. Konštrukcia je na obrázku 1. Označme Q_0 teplo prenesené do bytu cez



Obr. 1: Pohľad na byt zhora.

vonkajšiu stenu. Ďalej Q_1 sú tepelné prenosy cez steny spoločnými so susednými bytmi a Q_2 sú tepelné prenosy cez podlahu a strop. Po ustálení situácie musí platiť, že za ľubovoľný časový úsek t bude celkový prírastok energie bytu nulový, teda

$$2Q_0 + 2Q_1 + 2Q_2 = 0,$$

čiže po dosadení z (1) dostávame

$$2\lambda ah \frac{T_{\text{out}} - T}{D_{\text{out}}} t + 2\lambda bh \frac{T_{\text{in}} - T}{D_{\text{in}}} t + 2\lambda ab \frac{T_{\text{in}} - T}{D_{\text{out}}} t = 0,$$

kde T_{out} je teplota vonku a T_{in} je teplota v okolitých bytoch. Odtiaľ si už môžeme vyjadriť teplotu, na ktorej sa ustáli prostredie vo vnútri bytu

$$T = \frac{ahD_{\text{in}}T_{\text{out}} + bhD_{\text{out}}T_{\text{in}} + abD_{\text{in}}T_{\text{in}}}{ahD_{\text{in}} + bhD_{\text{out}} + abD_{\text{in}}} \doteq 291,91\text{ K} = 18,76\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Pre zateplené

Zateplením vonkajšej steny sa zmení len hodnota Q_0 . Konkrétne sa zmení hodnota R , čo je tepelný odpor, pre ktorý platí $R = \frac{d}{\lambda}$. Pôvodná rovnica má potom tvar

$$Q = S \frac{T_1 - T_2}{R}.$$

Po zateplení sa výsledný tepelný odpor rovná súčtu¹ tepelných odporov polystyrénu a steny, teda

$$R = \frac{D_{\text{out}}}{\lambda} + \frac{d}{\lambda'}.$$

Čiže dostávame vzťah

$$2ah \frac{T_{\text{out}} - T}{\frac{D_{\text{out}}}{\lambda} + \frac{d}{\lambda'}} t + 2\lambda bh \frac{T_{\text{in}} - T}{D_{\text{in}}} t + 2\lambda ab \frac{T_{\text{in}} - T}{D_{\text{out}}} t = 0,$$

z ktorého si opäť môžeme vyjadriť teplotu, na ktorej sa ustáli prostredie vo vnútri bytu

$$T = \frac{\lambda' ah \frac{T_{\text{out}}}{\lambda' D_{\text{out}} + \lambda d} + bh \frac{T_{\text{in}}}{D_{\text{in}}} + ab \frac{T_{\text{in}}}{D_{\text{out}}}}{\lambda' ah \frac{1}{\lambda' D_{\text{out}} + \lambda d} + bh \frac{1}{D_{\text{in}}} + ab \frac{1}{D_{\text{out}}}} \doteq 294,52 \text{ K} = 21,37^\circ \text{C}.$$

Vidíme, že teplota v byte už bude veľmi podobná teplote, na ktorú vykurejú susedi svoje byty.

Filip Pastierovič
pastierf@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹V praxi sa pri výpočte tepelného odporu zohľadňujú aj odpory pri prestupe tepla na vnútornom a vonkajšom povrchu konštrukcie.