Úloha I.4 ... pád z okna

7 bodů; průměr 3,76; řešilo 80 studentů

Když James Bond pustil agenta 006 Aleca Treveljana z konstrukce radioteleskopu Arecibo ve finální scéně filmu Golden Eye, ten začal křičet s frekvencí f. Spočítejte závislost frekvence, kterou slyší 007, na čase. Odpor vzduchu neuvažujte.

Nápověda Pro radu jděte k panu Dopplerovi. *Matěj se rád dívá z ok(n)a.*

Na časovou závislost frekvence, kterou 007 uslyší, bude mít vliv několik faktorů. Roli bude hrát Dopplerův jev, protože Alec se chová jako pohybující se zdroj zvuku, dále bude záležet na vzdálenosti obou agentů, která se s časem zvyšuje, a také musíme brát v úvahu fakt, že rychlost zvuku je konečná. Rychlost zvuku označme c a vzdálenost obou agentů y. Jelikož se jedná o volný pád z klidové polohy, je závislost vzdálenosti na čase dána vztahem

$$y(t) = \frac{1}{2} g \tau^2 \,,$$

kde g je tíhové zrychlení a τ je čas od okamžiku upuštění.

Frekvence f', kterou by slyšel pozorovatel nacházející se v klidu hned nad 006 padajícím rychlostí v, je podle Dopplerova jevu

$$f' = f \frac{c}{c+v} \,,$$

po dosazení $v = g\tau$ dostáváme časovou závislost

$$f'(\tau) = f \frac{c}{c+g\tau} \,.$$

Problém je v tom, že frekvenci f' James neuslyší v čase τ, ale v čase

$$t = \tau + \frac{y(\tau)}{c} = \tau + \frac{g\tau^2}{2c} \,,$$

protože nějaký čas trvá, než se k němu zvuk dostane. Hledáme tak závislost $f'(t)$. Z předchozí rovnice si můžeme vyjádřit

$$\tau = -\frac{c}{g} \pm \sqrt{\frac{c^2}{g^2} + \frac{2ct}{g}} \,.$$

Zřejmě nás zajímá pouze kladný čas, proto před odmocninou použijeme znaménko plus. Dosazením do rovnice pro frekvenci dostáváme

$$f'(t) = f \frac{c}{c + g\left(-\frac{c}{g} + \sqrt{\frac{c^2}{g^2} + \frac{2ct}{g}}\right)} = \frac{f}{\sqrt{1 + \frac{2gt}{c}}} \,.$$

Samozřejmě jsme neuvažovali odraz zvuku od obřího teleskopu, na který 006 tvrdě dopadne.

Matěj Mezera
m.mezera@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.