

Úvodem

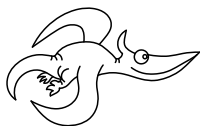
Milé řešitelky, milí řešitelé,

čas neúprosně běží a je před námi 3. série tohoto ročníku. Máš tedy jedinečnou šanci si naposledy vylepšit své skóre a získat tak možnost zúčastnit se jarního soustředění, na které zveme na základě výsledků prvních tří sérií. A co nás v této sérii čeká? Ať jsi Slovák nebo Čech, těžiště vlajky poznáš hned. Zavzpomínáme si s Vaškem na dětská léta, když jsme si točili s klíčenkou. Vykováme si magický meč, zkusíme změřit stáčení polarizační roviny v závislosti na koncentraci cukru v roztoku a mnohem víc! Během listopadu proběhlo Fyziklání Online, kterého se zúčastnilo 715 týmů. Absolutním vítězem se stal tým Methaphysical Brawlers s celkovým počtem 285 bodů, gratulujeme! Podrobnější výsledky nalezníš na našich webových stránkách. Spustili jsme také registraci na Fyziklání 2022, které proběhne 11. 2. 2022 v PVA EXPO Letňany v Praze. Vzhledem k probíhající pandemii covid-19 nemůžeme zaručit, že vše proběhne podle plánu. Budeme se však snažit soutěž uspořádat v závislosti na aktuálních hygienických podmínkách.

Kvůli vytížení organizátorů zde nenajdete vzorové řešení úlohy 2-S. Bude k dispozici co nejdřív na našem webu.

Závěrem bychom vám chtěli popřát krásné Vánoce, pevné zdraví a vše nejlepší do nového roku! Budeme se těšit na viděnou v roce 2022!

Organizátoři



Zadání III. série

Termín uploadu: 4. 1. 2022 23.59

Termín odeslání: 3. 1. 2022

Úloha III.1 ... Kde těžiště moje?

3 body

Můžeme se setkat s neoficiálním výkladem, že červená, modrá a bílá barva na české vlajce symbolizují krev, oblohu (tedy vzduch) a čistotu. Najděte polohu těžiště takto doslovně interpretované vlajky, přičemž uvažujte, že čistota je nehmotná. Poměr stran je 3 : 2 a rozhraní všech tří částí se nachází přesně ve středu. Hustoty krve a vzduchu si vyhledejte.

Bonus Pokúste sa čo najpresnejšie spočítat polohu ťažiska slovenskej vlajky. Môžete použiť rôzne aproximácie.

Úloha III.2 ... hrajeme si s klíči

3 body

Vašek si rád hraje s klíči tak, že je roztočí na šňůrce a pak si je nechá namotat na ruku. Pro názornost si tuto situaci zjednodušíme modelem, kdy máme ve stavu beztlíže hmotný bod o hmotnosti m uchycený na konci nehmotného vlákna délky l_0 . To je druhým koncem připevněno na pevný válec o poloměru r . Vlákno napneme tak, že v bodě uchycení představuje kolmici k povrchu válce, a hmotnému bodu udělíme rychlost v_0 ve směru kolmém jak na osu válce, tak na napnuté vlákno. To se díky tomu začne na válec namotávat. Jak bude záviset velikost rychlosti hmotného bodu na délce nenamotané části vlákna l ?

Nápověda Najděte veličinu, která je od začátku do konce namotávání konstantní.

Bonus Za jak dlouho se vlákno namotá celé?

Úloha III.3 ... dva solenoidy

5 bodů

Mějme dvě cívky navinuté na stejné papírové ruličce. První má hustotu vinutí 10 cm^{-1} a druhá 20 cm^{-1} . Rulička měří 40 cm na délku a 1 cm v průměru. Obě cívky jsou navinuté po celé její délce, přičemž druhá je navinutá přes první. Vzhledem k rozměrům ruličky můžeme zanedbat okrajové efekty a pracovat s cívkami jako s ideálními solenoidy. Uvažujme, že je zapojíme do obvodu sériově za sebou. Toto uspořádání můžeme pomyslně nahradit jedinou cívkou. Jaká by byla její indukčnost?

Úloha III.4 ... laskavý příboj

8 bodů

Blízko pobřeží je rychlost mořských vln ovlivněna přítomností dna. Předpokládejte, že rychlost vln v je funkcí tíhového zrychlení g a hloubky moře h . Platí $v = Cg^\alpha h^\beta$. Pomocí rozměrové analýzy určete rychlost vln v závislosti na hloubce vody. Číslo C je bezrozměrná konstanta, kterou touto metodou určit nedokážeme.

Kromě rychlosti vln ale koupajícího se Jindru ještě zajímá, z jakého směru k němu vlny dorazí. Definujme souřadnicovou soustavu, ve které hladina vody leží v rovině xy . Linie pobřeží má rovnici $y = 0$, oceán leží v polorovině $y > 0$. Hloubka vody h je funkcí vzdálenosti od pobřeží $h = \gamma y$, kde $\gamma = \text{konst}$. Na širém oceánu, kde je rychlost vln c konstantní (není ovlivněna hloubkou), postupují rovinné vlny, jejichž čela svírají s osou x úhel θ_0 . Najděte diferenciální rovnici

$$\frac{dy}{dx} = f(y)$$

popisující tvar čela vlny v blízkosti pobřeží, ale nepokoušejte se ji řešit, není vůbec triviální. Spočítejte, pod jakým úhlem narážejí čela vln na pobřeží.

Bonus Vyřešte diferenciální rovnici a najděte tvar čel vln v blízkosti pobřeží.

Úloha III.5 ... kovářská

10 bodů

Skřítkci se rozhodli ukovat další magický meč. Vyrábějí jej z tenké kovové tyče o poloměru $R = 1 \text{ cm}$, na jejímž jednom konci udržují teplotu $T_1 = 400 \text{ }^\circ\text{C}$. Tyč je obklopena obrovským množstvím vzduchu o teplotě $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Součinitel přestupu tepla onoho bájného kovu je $\alpha = 12 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ a koeficient tepelné vodivosti má hodnotu $\lambda = 50 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Tyč na výrobu meče je velmi dlouhá. Kde nejbližše zahřívávanému konci mohou skřítkci tyč chytit holýma rukama, nemá-li teplota v místě doteku překročit $T_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$? Proudění vzduchu a tepelné záření neuvažujte.

Úloha III.P ... umělá gravitace

9 bodů

Jak by mohla být na vesmírné lodi realizována umělá gravitace? Jaké by to mělo výhody a nevýhody v závislosti na různých charakteristikách vesmírného plavidla? Je realistická představa, že by v různých patrech vesmírné lodi měla různý směr či že by se rychle měnila, jak někdy můžeme vidět ve sci-fi filmech při „selhání umělé gravitace“?

Úloha III.E ... až moc sladký čaj

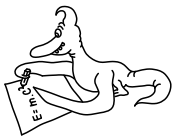
12 bodů

Změřte stáčení polarizační roviny v závislosti na koncentraci cukru v roztoku.

Úloha III.S ... hoříme

10 bodů

1. Určete (s pomocí obrázku 9) dosah jader helia v centrální horké skvrně.
2. Jaká energie se musí uvolnit fúzními reakcemi, aby se hoření paliva rozšířilo do nejbližší slupky peletky? Jak tlustá je tato slupka?
3. Odhadněte, jaká je nejpravděpodobnější přenesená energie z jádra helia na deuterium. Kolik srážek průměrně podstoupí jádro helia v centrální horké skvrně předtím, než se zastaví?



Řešení II. série

Úloha II.1 ... stíhání světla

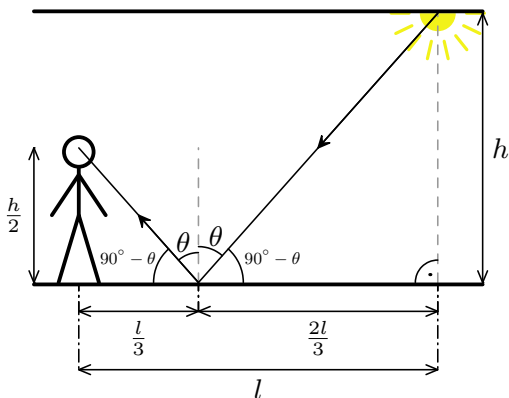
3 body; průměr 2,41; řešilo 102 studentů

Jindra kráčí po dlouhé osvětlené chodbě. Jeho oči jsou ve výšce 1,7 m nad podlahou, osvětlení na stropě je ve výšce 3,4 m. Jindra se právě nachází ve vzdálenosti 10 m vodorovně od nejbližšího světla a kráčí rychlostí $3 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ přímo k němu. Na vyleštěné podlaze vidí odraz světla. Jak rychle se v tento okamžik odraz přibližuje k Jindrovi?

Jindra si vzpomněl na chození po chodbě na základní škole.

Podle zákona odrazu musí být úhly dopadu a odrazu světla stejné. Proto se světelné paprsky odráží do Jindrových očí pod stejným úhlem, pod jakým dopadají z osvětlení na podlahu. Situaci můžeme vidět na obrázku 1.

Pro nalezení bodu dopadu paprsku využijeme podobnosti dvou pravoúhlých trojúhelníků. První z nich je tvořen Jindrovými očima, bodem dopadu a patou kolmice na podlahu. Druhý je tvořen osvětlením, bodem dopadu a opět patou kolmice na podlahu, tentokrát však tou procházející světlem.



Obr. 1: Náčrt situace, jak Jindra (vlevo), kráčející po chodbě směrem ke světlu, vidí odraz světla na podlaze.

Výška světla nad podlahou je $h = 3,4 \text{ m}$, zatímco Jindrovy oči jsou ve výšce $h/2 = 1,7 \text{ m}$. Z podobnosti trojúhelníků vyplývá, že jejich vodorovné strany musí být ve stejném poměru, jako ty svislé, tj. $1 : 2$. Označíme-li celkovou vodorovnou vzdálenost Jindry a světla jako l , daného poměru dosáhneme se vzdálenostmi $l/3 = l_J$ (od Jindry k bodu dopadu) a $2l/3$ (od bodu dopadu ke světlu).

Ať se Jindra pohybuje jakkoli, odraz světla se vždy musí nacházet ve třetině l . Vzdálenost mezi Jindrou a osvětlením se zkracuje rychlostí $v = 3 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Tím pádem se třetinová vzdálenost mezi Jindrou a odrazem světla na podlaze musí zkracovat třetinovou rychlostí $v_J = v/3 = 1 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Jinými slovy, Jindra se ke světlu přibližuje rychlostí $v = 3 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Odraz

světla na podlaze se ke světlu přibližuje rychlostí $v_o = 2 \cdot v/3 = 2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Z toho vyplývá, že Jindra a odraz světla se k sobě vzájemně přibližují rychlostí $v_J = v - v_o = 1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

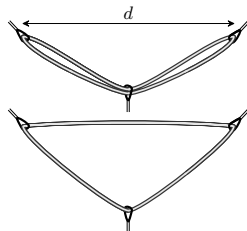
Jindřich Jelínek
jjelinek@fykos.cz

Úloha II.2 ... fixní stanoviště

3 body; průměr 1,33; řešilo 87 studentů

Mějme dvě karabiny ukotvené ve skále ve stejné výšce a ve vzdálenosti d od sebe. Do těchto karabin zacvakneme smyčku celkové délky l . Na ni následně připevníme další karabinu, ze které bychom chtěli sláznout, přičemž budeme působit směrem dolů silou F . Spočítejte napětí ve smyčce a sílu, kterou působíme na karabiny, v případech, kdy je slaňovací karabina zavěšená na jedné resp. na obou částech smyčky. Při které možnosti je lano napínáno menší silou a která možnost je bezpečnější?

Dodo snil o lezení na skalách.



Úloha je cvičenie na rozklad síl. Dôležitú rolu bude preto mať geometria jednotlivých prípadov.

Začnime situáciou, keď sú cez zlaňovaciú karabínu vedené oba pramene. Rozložme najprv silu pôsobiacu v zlaňovacej karabíne do smeru slučky. Pre uhol α zovretý medzi slučkou a zvislicou je

$$\sin \alpha = \frac{d/2}{l/4} = \frac{2d}{l}.$$

Napätová sila v slučke má veľkosť danú vzťahom, ktorú odvodíme z

$$F = 2 \cdot 2F_s \cos \alpha = 4F_s \sqrt{1 - \frac{4d^2}{l^2}}$$

a tak je daná vzťahom

$$F_s = \frac{F}{4} \left(1 - \frac{4d^2}{l^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Sila v istiacich karabínach je jednoducho dvojnásobok

$$F_k = \frac{F}{2} \left(1 - \frac{4d^2}{l^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{F}{2} \frac{l}{\sqrt{(l-2d)(l+2d)}}.$$

Situácia v druhom prípade je trochu komplikovanejšia. Dĺžka ramena rovnoramenného trojuholníka vytvoreného slučkou je $\frac{1}{2}(l-d)$, a preto je uhol β medzi slučkou a zvislicou v zlaňovacej karabíne v tomto prípade $\sin \beta = \frac{d/2}{(l-d)/2} = \frac{d}{l-d}$. Napätovú silu v slučke určíme z rovnováhy síl v zlaňovacej karabíne ako v prvom prípade, lenže berieme vo výraze jednu polovicu a nie štvrtinu (cez karabínu ide len jeden prameň)

$$F_s = \frac{F}{2} \frac{1}{\cos \beta} = \frac{F}{2} \left(1 - \frac{d^2}{(l-d)^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Následně musíme zložit síly v karabině istenia. Na túto karabínu pôsobia dve napätové síly F_s , ktoré zvierajú uhol $\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta$. Ich zložením tak máme

$$\begin{aligned} F_k &= 2F_s \cos \frac{\gamma}{2} = 2F_s \sqrt{\frac{1 + \cos \gamma}{2}} = \frac{F}{\cos \beta} \sqrt{\frac{1 + \sin \beta}{2}} = \\ &= \frac{F}{\sqrt{2}} (1 - \sin \beta)^{-\frac{1}{2}} = \frac{F}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{l-d}{l-2d}}. \end{aligned}$$

Z praktického hľadiska nás pri tradičnom lezení, keď si istenie počas lezenia budujeme, zaujíma hlavne síla pôsobiaca v istiacich bodoch a šité ploché slučky sú v takejto zostave obvykle najslabší prvok. Ak si tieto závislosti vykreslíme, ľahko vidíme, že v oboch prípadoch sa situácia stáva nebezpečnou so vzdialenosťou istiacich bodov približujúcou sa polovici dĺžky slučky. To je situácia, keď je slučka v bode zlaňovacej karabíny skoro napriamo. Ďalej vidíme, že v druhom prípade je síla F_k väčšia s faktorom 1,4 – 1,5. V prípade, keď sú cez karabínu vedené dva pramene slučky sú teda pôsobiace síly nižšie. Nevýhodou zakreslenej konfigurácie tohto prípadu je redundancia. Ak na hornom obrázku zlyhá jeden z istiacich bodov, zlyhá sústava celá, zatiaľ čo na spodnom obrázku musia pre úplné zlyhanie zlyhať oba istiace body. Toto sa dá v praxi riešiť iným vedením lana v dvojprameňovom prípade tak, že pri zlyhaní jednej z istiacich karabín sú v slučke stále cvaknuté aj istiaci bod aj zlaňovacia karabína.

Jozef Lipták

liptak.j@fykos.cz

Úloha II.3 ... model tření

6 bodů; průměr 4,23; řešilo 71 studentů

Jaký by byl statický koeficient tření mezi tělesem a podložkou, pokud bychom uvažovali model, ve kterém jsou na povrchu obou těles klínky o vrcholovém úhlu α a výšce d ? Zkuste porovnat vaše výsledky a reálné koeficienty tření.

Karel se inspiroval u KorSemu.



Statický koeficient tření f je definován jako podíl statické třecí síly F_t , která působí proti směru pohybu, ku normálové tlakové síle F^n působící na dané těleso

$$f = \frac{F_t}{F^n}.$$

V našem modelu musíme najít tyto síly a pomocí nich vyjádřit f . Začíná-li těleso v klidu, působí na něj pouze tíhová síla F_g . Abychom jej uvedli do pohybu, začneme na něj působit silou F v horizontálním směru.

Stykové plochy tvoří jednotlivé zuby, které zjednodušeně představují nakloněnou rovinu. My se zaměříme pouze na jednu takovou „nakloněnou rovinu“. Na ni působí kolmo na sebe dvě síly

$$\frac{F_g}{N} \quad \text{a} \quad \frac{F}{N},$$

kde N představuje počet stykových ploch (zubů), mezi které se síly dělí. Síly rozdělíme na složky normálové a tečné stejně jako na nakloněné rovině pod úhlem $\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$

$$F_g^n = \frac{F_g}{N} \cos \beta, \quad F^n = \frac{F}{N} \sin \beta,$$

$$F_g^t = \frac{F_g}{N} \sin \beta, \quad F^t = \frac{F}{N} \cos \beta.$$

Má-li se těleso uvést do pohybu, musí se tečná složka námi působené síly F^t vyrovnat tečné složce tíhové síly F_g^t

$$\frac{F}{N} \cos \beta = \frac{F_g}{N} \sin \beta,$$

$$F \sin \frac{\alpha}{2} = F_g \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Při úpravě jsme použili identitu $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

Doteď jsem se zaměřovali na jednotlivé zuby, ty jsou ale v porovnání s celým tělesem „zanedbatelně“ malé. Z makroskopického hlediska se nám povrch může jevit hladce a samotná tíhová síla se nám jeví jako tlaková normálová síla, platí tedy $F_g \approx F^n$. Stejně tak se nám tečná složka tíhové síly jeví jako třecí síla vzdorující pohybu, kterou musíme překročit působením horizontální síly, tudíž $F' \approx F^t$.

Úspěšně se nám podařilo vyjádřit jednotlivé síly. Finální úpravou získáme

$$f = \frac{F_t}{F^n} \approx \frac{F'}{F_g} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}},$$

$$f \approx \cotg \frac{\alpha}{2}.$$

Vyšlo nám, že koeficient statické třecí síly závisí pouze na úhlu α , a nikoli na výšce zubu či hmotnosti tělesa, což odpovídá i reálné situaci. Úhel α nás zajímá v rozsahu $\langle 0, \pi \rangle$. Při překročení těchto mezí se situace začne zrcadlit.

Nyní se podíváme na krajní situace. Při $\alpha \approx 0$ jsou zuby extrémně ostré a koeficient se limitně blíží nekonečnu. Naopak, pokud se $\alpha \approx \pi$, zuby prakticky vymizí a styková plocha je rovná, třecí síla je tudíž nulová.

V reálném světě se setkáváme s koeficienty statického tření převážně v rozmezí $(0, 1)$, těm odpovídá úhel α_r v rozmezí $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$. Avšak i koeficienty tření větší než 1 existují, zajímavým příkladem je svařování za studena. Při tomto procesu se spojují dva objekty ze stejného materiálu (nejčastěji kovy) bez použití svařovacích aditiv. Atomy na dotykové ploše „neví“, k jaké části desek patří, a proto mohou přilnout k sobě.

Patrik Kašpárek

patrik.kasperek@fykos.cz

Úloha II.4 ... čepování čaje

7 bodů; průměr 2,94; řešilo 63 studentů

Matěj si chce z várnice natočit čaj do sklenice o hmotnosti M . Jednou rukou drží sklenici a druhou rukou ovládá kohoutek, čímž mění objemový průtok čaje. Rychlost výtoku v je konstantní

(můžete uvažovat, že rychlost při dopadu do sklenice je stejná). Protože se Matěj nechce moc nadřít, rád by držel sklenici od začátku až do konce čepování konstantní silou.

Jaká musí být závislost výtoku na čase, aby se mu to podařilo? Jak dlouho bude trvat, než se sklenice naplní? Matěj si rád čepuje čaj.

Matěj musí působit jednak proti tíze skleničky o hmotnosti M , jednak proti hmotnosti napuštěné vody

$$m(t) = \int_0^t \rho Q(t') dt'$$

a jednak proti hybnosti dopadajícího proudu vody $F_h(t) = \rho Q(t) v$. Požadujeme, aby celková síla F byla konstantní v čase, což znamená

$$F = Mg + \rho g \int_0^t Q(t') dt' + \rho v Q(t) .$$

Dostáváme

$$Q(t) = K - \frac{g}{v} \int_0^t Q(t') dt' , \quad (1)$$

kde $K = \frac{F - Mg}{\rho v}$. Celou rovnici zderivujeme

$$\dot{Q}(t) = -\frac{g}{v} Q(t) ,$$

což je velmi známá rovnice pro exponenciální rozpad, jejímž řešením je

$$Q(t) = K e^{-\frac{g}{v} t} ,$$

kde K je integrační konstanta, kterou jsme rovnou určili z nezderivované rovnice (1) dosazením $t = 0$. Hmotnost čaje v plném hrnečku označíme m_0 a vyjádříme závislost hmotnosti načepovaného čaje na čase

$$m(t) = \rho K \int_0^t e^{-\frac{g}{v} t'} dt' = \rho K \frac{v}{g} \left(1 - e^{-\frac{g}{v} t}\right) = \left(\frac{F}{g} - M\right) \left(1 - e^{-\frac{g}{v} t}\right) .$$

V dalším kroku zjistíme dobu t_0 , kterou bude trvat, než Matěj načepuje hmotnost $m_0 = m(t_0)$

$$m_0 = \left(\frac{F}{g} - M\right) \left(1 - e^{-\frac{g}{v} t_0}\right) \Rightarrow t_0 = \frac{v}{g} \ln \left(\frac{F - Mg}{F - Mg - m_0 g}\right) .$$

Všimněme si zajímavého faktu – pokud chceme konstantní silou F držet i plně načepovanou sklenici (tj. aby nám ruka se sklenicí nevystřelila nahoru, až zavřeme kohoutek), potřebujeme, aby platilo $F = (M + m_0)g$. Potom nám čepování čaje zabere nekonečný čas.

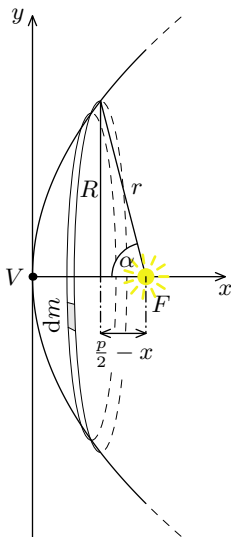
Matěj Mezera

m.mezera@fykos.cz

Úloha II.5 ... Shkadov thruster

8 bodů; průměr 3,44; řešilo 34 studentů

Před dávnými časy v předaleké galaxii se jedna civilizace rozhodla přestěhovat celou svou sluneční soustavu. Jednou z možností bylo postavit „poloviční Dysonovu sféru“. Tedy konstrukci, která by zachycovala zhruba polovinu záření z hvězdy a odrážela jej všechno jedním směrem. Ideálním tvarem by tak byl rotační paraboloid. Jaký by musel být vztah mezi zářivým výkonem hvězdy, plošnou hustotou takového zrcadla a jeho vzdáleností od hvězdy, aby se mezi nimi udržovala konstantní vzdálenost? *Karel sleduje Kurzgesagt.*



Obr. 2: Schéma „poloviční Dysonovy sféry“ tvaru rotačního paraboloidu.

Má-li konstrukce tvaru rotačního paraboloidu odrážet všechno zachycené záření jedním směrem, měla by se hvězda, jakožto zdroj záření, nacházet v jeho ohnisku. Zároveň ze zadání víme, že má být zachycena pouze polovina záření, paraboloid je tedy useknutý tak, že se nachází pouze v jednom poloprostoru od hvězdy. Uspořádání je znázorněno na obrázku 2. Pro udržení konstantní vzdálenosti mezi hvězdou a zrcadlem je třeba, aby výslednice sil mezi těmito objekty byla nulová. V systému působí dvě síly – přitažlivá gravitační síla mezi hvězdou a zrcadlem a proti ní síla způsobená tlakem záření. Ta má za následek odtlačování zrcadla od hvězdy a v ideálním případě přesně kompenzuje zmíněné gravitační přitahování.

Můžeme tedy najít vztah spojující parametry systému tak, aby výslednice sil působících na paraboloid byla nulová. Ale co výslednice sil působících na hvězdu? Ta bude přitahována stejnou gravitační silou, jakou je k hvězdě přitahován paraboloid. Ale hvězda září na všechny strany stejně, tudíž zde nepůsobí žádná síla způsobená zářením. Hvězda se tak bude přibližovat k paraboloidu. Na konci řešení ovšem ukážeme, že pro hvězdu velikosti našeho Slunce by její zrychlení bylo relativně malé.

Začneme výpočtem gravitační síly. Paraboloid si rozřežeme na tenké kroužky se společnou osou rovnoběžnou s osou paraboloidu. Nejprve spočítáme složku gravitační síly ve směru osy

paraboloidu způsobenou infinitezimálně malým kouskem jednoho takového kroužku. Ta je podle Newtonova gravitačního zákona

$$dF_1 = \frac{GM dm}{r^2} \cos \alpha,$$

kde G je gravitační konstanta, dm je hmotnost našeho nekonečně malého úseku kroužku, M je hmotnost hvězdy, r je vzdálenost úseku kroužku od hvězdy a α je velikost úhlu mezi osou paraboloidu a spojnicí hvězdy s úsekem kroužku. Z obrázku zjistíme, že

$$\cos \alpha = \frac{\frac{p}{2} - x}{r},$$

kde p je parametr paraboloidu, tzn. dvojnásobek vzdálenosti vrcholu a ohniska, a x je vzdálenost vrcholu a středu kroužku.

Celkovou gravitační sílu dF_2 od jednoho kroužku získáme sečtením všech infinitezimálně malých příspěvků po jeho obvodu. Hmotnost dm můžeme vyjádřit pomocí plošné hustoty σ jako

$$dm = \sigma \sqrt{1 + \left(\frac{dR}{dx}\right)^2} dl dx,$$

kde dl je element délky po obvodu kroužku a R je poloměr kroužku jako funkce souřadnice x . Dosazením do vztahu pro dF_1 a následnou integraci podle l dostaneme

$$dF_2 = 2\pi R \sigma \sqrt{1 + \left(\frac{dR}{dx}\right)^2} \frac{GM dx}{r^2} \cos \alpha.$$

Veličiny r a R lze vyjádřit pomocí p a x . Rovnice paraboly s vodorovnou osou a s vrcholem v počátku je

$$y^2 = 2px,$$

v případě paraboloidu

$$R^2 = 2px.$$

Vzdálenost r pak snadno dopočteme z Pythagorovy věty. Pro gravitační sílu jednoho kroužku dostaneme

$$dF_2 = \frac{2\pi\sigma\sqrt{2px+p^2}}{\left(\frac{p}{2}+x\right)^3} \left(\frac{p}{2}-x\right) GM dx.$$

Gravitační síla všech kroužků je rovna určitému integrálu tohoto výrazu podle x od 0 do $p/2$. Označme konstantu $2\pi\sigma GM$ jako c_1 . Příslušný určitý integrál vyjde

$$F_g = c_1 \frac{\sqrt{2^5}-4}{3} = 8\pi\sigma GM \frac{\sqrt{2}-1}{3}.$$

Nyní podobným způsobem vypočteme sílu způsobenou tlakem záření. Paraboloid opět rozřežeme na úzké kroužky a tentokrát začneme výpočtem síly na element prostorového úhlu po obvodu kroužku $d\Omega$. Jemu příslušná síla je

$$dF_z = \frac{L \frac{d\Omega}{4\pi} (1 + \cos \alpha)}{c},$$

kde c značí rychlost světla a L je zářivý výkon hvězdy. Faktor $1 + \cos \alpha$ odpovídá změně hybnosti světla ve směru osy x a $d\Omega$ odpovídá ploše, jakou by tento prostorový úhel vytínal na jednotkové kouli. Platí pro něj

$$d\Omega = 2\pi \sin \alpha \, d\alpha.$$

Celková síla způsobená tlakem záření bude rovna integrálu podle α od 0 do $\pi/2$. Příslušný neurčitý integrál vyjde $\frac{-(1+\cos \alpha)^2}{4} + C$ a celková síla bude rovna

$$F_z = \frac{3L}{4c}.$$

Z rovnosti F_g a F_z vyplývá vztah mezi zářivým výkonem hvězdy, plošnou hustotou zrcadla a jeho vzdáleností od hvězdy

$$8\pi\sigma GM \frac{\sqrt{2}-1}{3} = \frac{3L}{4c} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{32\pi\sigma GMc(\sqrt{2}-1)}{9}.$$

Všimněme si, že ve vztahu nevystupuje vzdálenost hvězdy od vrcholu zrcadla. Ta může být libovolná, je-li splněna podmínka vyplývající ze zadání, která říká, že hvězda se nachází v ohnisku paraboloidu. Jediným volným parametrem pro danou hvězdu je plošná hustota zrcadla.

Velikost gravitační síly, která působí na hvězdu, musí být stejně velká jako F_z . Naše Slunce má zářivý výkon přibližně $4 \cdot 10^{26}$ W. Velikost gravitační síly by tak byla $F_g = 10^{18}$ N. Pro gravitační zrychlení hvězdy potom vychází $a_g = \frac{F_g}{M} = 5 \cdot 10^{-13}$ m·s⁻². S tímto zrychlením by se Slunce za tisíc let neposunulo ani o jeden svůj poloměr.

Radka Křížová

radka.krizova@fykos.cz

Úloha II.P ... la bomba

10 bodů; průměr 5,42; řešilo 52 studentů

Jakého maximálního výkonu dosahuje jaderná bomba?

Karel přemýšlel nad americkými prezidenty.

Všichni jsme asi slyšeli o shození jaderných bomb na japonská města Hirošima a Nagasaki za druhé světové války. Naštěstí už od té doby jaderné zbraně nikdy ve válce použity nebyly. V zadání úlohy jsme tázáni na maximální výkon jaderné bomby. Dává tato otázka vůbec smysl? Není náhodou výbuch jaderné bomby jedním velkým okamžitým „třeskem“ a neblíží se tedy maximální okamžitý výkon k nekonečnu? Na zodpovězení těchto otázek si každopádně nejprve musíme uvědomit, na jakém fyzikálním principu tato zařízení fungují.

Vazebná energie jádra

Princip výtěžku energie z jaderné reakce (ať už v jaderné elektrárně, nebo u jaderné bomby) je založen na ekvivalenci energie a hmotnosti, kterou si poprvé uvědomil Einstein. Samozřejmě se jedná o známý vztah

$$E = mc^2.$$

Další ingrediencí je fakt, že klidové hmotnosti jader atomů nejsou dané pouhým součtem klidových hmotností jednotlivých nukleonů, ze kterých jsou složena, ale jsou o určitou hodnotu m_v menší. Tato hodnota (ještě vynásobená konstantou c^2) je právě vazebná energie držící jádro pohromadě. Zmíněná skutečnost odpovídá univerzálnímu principu přírody, že fyzikální systémy

mají tendenci obsazovat takové konfigurace, které extremalizují (zpravidla minimalizují) energii tohoto systému. Pro rozdíl hmotností m_v ¹ platí

$$m_v = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - M,$$

kde Z a A je protonové resp. nukleonové číslo a m_p , m_n , M jsou klidové hmotnosti protonu, neutronu a daného atomového jádra. Pro vazebnou energii potom platí

$$E_v = m_v c^2.$$

V částicové fyzice se často volí hodnota $c = 1$. Ekvivalence energie a hmotnosti je poté ze vztahu výše ještě více patrná.

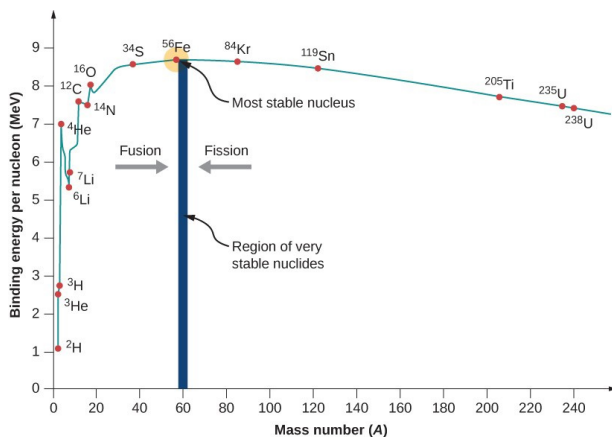
Při jaderných reakcích ze zákona zachování energie potom plyne

$$M_{\text{in}} c^2 = M_{\text{out}} c^2 + \Delta E,$$

kde M_{in} jsou klidové hmotnosti reagujících částic, M_{out} jsou klidové hmotnosti produktů reakce a ΔE je získaná energie, a to ve formě gamma záření a kinetické energie produktů. Aby byla reakce exotermická, musí být klidová hmotnost produktů menší než klidová hmotnost reagujících částic. Pro lepší orientaci v problému je výhodné si zavést pomocnou veličinu

$$\varepsilon_v = \frac{E_v}{A},$$

neboli vazebnou energii na jeden nukleon. Její hodnoty pro různé izotopy můžeme vidět na obrázku 3. Při jaderných reakcích pak budeme energii získávat, pokud bude ε_v produktů větší než ε_v reagujících jader.



Obr. 3: Závislost vazebné energie příslušející jednomu nukleonu na atomovém čísle (<https://opentextbc.ca/universityphysicsv3openstax/chapter/nuclear-binding-energy>).

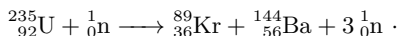
Obecně se energie uvolňuje při slučování (fúzi) lehkých jader až do jádra železa a pak při štěpení těžkých jader. To je třeba důvod, proč v jádru Slunce najdeme železo, ale žádné těžší prvky již ne.

¹Anglicky *mass defect*, <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/mass-defect>.

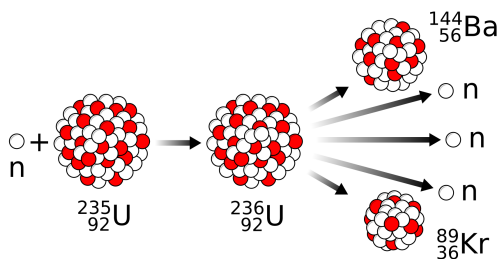
Řetězová reakce

V jaderných reaktorech a zbraních se navíc využívá dalšího jevu zvaného řetězová reakce. Ta nastává u jaderných reakcí, kde jeden nebo více produktů (např. neutron) je zároveň schopen danou reakci iniciovat. Příkladem takové reakce je štěpení izotopu uranu² ^{235}U , viz obrázek 4.

Rovnice jedné takové reakce je například



Štěpných reakcí ^{235}U je však mnoho (z hlediska možných produktů) a typicky u nich dochází k produkci jednoho až sedmi neutronů (v průměru 2,4).³ Relativní zastoupení různých izotopů v produktech štěpné řetězové reakce popisuje „velbloudí křivka“.⁴



Obr. 4: Jedna z možných štěpných reakcí ^{235}U

(https://en.wikipedia.org/wiki/Discovery_of_nuclear_fission).

Kritické množství

Další důležitý pojem související s řetězovou reakcí, kterou iniciují neutrony, je faktor efektivního násobení neutronů k příslušející dané konfiguraci paliva. Je to číslo které udává, kolik neutronů z jedné reakce v průměru iniciuje další reakci. V případě ^{235}U tedy bude k určitě menší než 2,4, protože ne všechny neutrony produkované štěpením znovu štěpení iniciují.⁵ Číslo k závisí na izotopickém složení paliva a roste s hustotou a hmotností. Dále pak lze k ovlivnit geometrickým tvarem použitého paliva a nebo třeba obklopením paliva vrstvou reflektující neutrony.

Průběh řetězových reakcí se dělí na tři případy v závislosti na k :

- Pro $k < 1$ říkáme, že materiál má podkritické množství a pokud takovému materiálu dodáme nějaký počáteční impuls neutronů, počet reakcí bude s časem exponenciálně klesat. Jediný konstantní zdroj neutronů v takovémto případě bude ze spontánních jaderných rozpadů.

²Ve všech dosavadních jaderných reaktorech a zbraních se kromě používalo ^{235}U ještě ^{239}Pu , které bylo např. použito jako palivo bomby „Fat Man“ shozené na Nagasaki.

³Hodnota se značí $\bar{\nu}$ a pozvolně roste s energií nalétávajícího neutronu. Výraznější růst nastává až pro E větší než přibližně 1 MeV. Viz https://en.wikipedia.org/wiki/Prompt_criticality.

⁴Slangový výraz odvozený z faktu, že při logaritmické svislé ose křivka vypadá jako dva hrby. Křivka závisí na štěpném izotopu a na kinetické energii štěpícího neutronu. Viz https://en.wikipedia.org/wiki/Fission_product_yield.

⁵Některé například z materiálu vyletí, jiné se zase zachytí v jádře bez toho, aby nastala štěpná reakce.

- Pro $k = 1$ říkáme, že materiál má kritické množství⁶ reakce je samoudržitelná.
- Pro $k > 1$ říkáme, že materiál má nadkritické množství. Množství reakcí v materiálu roste s časem exponenciálně a pokud se číslo k vlivem uvolňování obrovského množství energie nezmenší, v podstatě vždy dochází k destrukci materiálu a pokud reakce probíhá dostatečně rychle, tak dochází i k explozi.

„Okamžitá“ kritičnost

Jak jsme se již zmínili výše, pro materiál v nadkritickém stavu roste počet štěpných reakcí exponenciálně s časem podle vztahu

$$N(t) = N_0 k^{\frac{t}{T}}$$

Čas T je v tomto případě průměrná doba, za kterou neutron vylétávající ze štěpné reakce iniciuje novou štěpnou reakci.

Většina neutronů generovaná rozpadovou reakcí pochází přímo z reakce samotné, viz obr. 4. Těmto neutronům se říká „okamžitě“⁷. Tyto neutrony iniciují další štěpení v řádu nanosekund. Standardně se uvažuje průměrná doba mezi dvěma interakcemi jeden shake = 10 ns⁸. Do neutronů generovaných rozpadovou reakcí se ale započítávají i ty, které jsou generovány rozpadem dalších produktů štěpení. Např. ⁹²Kr i ¹⁴¹Ba jsou oba radioaktivní izotopy. Těmto neutronům, které tvoří méně než jedno procento celkových neutronů uvolněných štěpnou reakcí, se říká „opožděné neutrony“⁹. Uvolňují se v řádu desetin až desítek sekund po reakci (souvisí s poločasem rozpadu štěpných produktů).

Toho se využívá v jaderných reaktorech, kde jsou tyto opožděné neutrony nutné k tomu, aby se materiál dostal nad kritickou mez. Průměrný čas mezi jednotlivými generacemi neutronů je proto relativně velký a je možné reakci regulovat pomocí regulačních tyčí. Navíc je v jaderných reaktorech reakce moderovaná. To znamená, že jsou palivové tyče ponořené do moderátoru,¹⁰ jenž spomaluje neutrony, které pak ochotněji s palivem reagují.¹¹ K výbuchu prakticky dojít nemůže, protože při uvolnění velkého množství energie se zhorší podmínky pro štěpení (horší moderace, Dopplerův jev, ...) a číslo k tím klesne pod kritickou mez.

Oproti tomu v případě, že pro nadkritickou mez stačí uvažovat reakce iniciované z „okamžitých“ neutronů, z textu výše vyplývá, že čas mezi jednotlivými generacemi T je v řádech shake. My dále budeme uvažovat přesně $T = 1$ shake. Reakce se tedy v podstatě okamžitě vymyká kontrole a dochází k výbuchu.

Jaderné zbraně

V předchozích odstavcích jsme si stručně představili fyzikální principy, na kterých jsou jaderné zbraně založeny. Jejich praktická implementace je ale samozřejmě velmi složitá a sofistikovaná. Představme si teď dva hlavní druhy jaderných zbraní a také veličinu sloužící k popisu jejich ničivé síly.

Energie uvolněná explozí se obvykle uvádí v jednotkách tun TNT¹², tzn. energie, kterou

⁶Anglicky *critical mass*, https://en.wikipedia.org/wiki/Critical_mass.

⁷Anglicky *prompt neutrons*, https://en.wikipedia.org/wiki/Prompt_criticality.

⁸Z anglického rčení „in two shakes of a lamb's tail“.

⁹Anglicky *delayed neutrons*.

¹⁰Typickým moderátorem je tzv. „těžká voda“ s chemickým vzorcem D₂O, kde D značí deuterium, což je vodík se dvěma protony neboli ²H.

¹¹Moderátor efektivně zvyšuje číslo k na nadkritickou hodnotu.

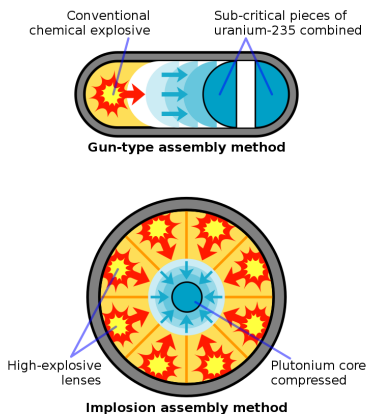
¹²Standardně se značí stejně jako tuna čili t.

by uvolnila exploze dané hmotnosti TNT. Jedna kilotuna TNT je rovna 4,18 TJ. Obecně je velmi náročné energii výbuchu přesně určit. Nejpřesnější metodou je radiochemické měření radioaktivního spadu. Při testu bomby Trinity se Enrico Fermi pokusil měřit energii výbuchu z toho, jak tlaková vlna posune vypuštěné kousky papírků v bezvětří.

Jako jaderné zbraně se většinou označují bomby založené na principu neřízené řetězové reakce jader těžkých prvků. Energie těchto bomb se tedy získává ze štěpení těžkých jader. Někdy se pak mezi jaderné zbraně zařazují i zbraně založené na fúzi lehkých jader, které se označují jako termonukleární.

Štěpné jaderné bomby se dělí na dva základní typy (viz obr. 5):

- Nejjednodušší štěpná jaderná bomba je tzv. dělového typu.¹³ Skládá se ze dvou podkritických množství štěpného materiálu, která se odpálením konvenční chemické bomby srazí, čímž vznikne nadkritické množství štěpného materiálu. U tohoto typu ke štěpení dojde ve velmi malé části materiálu. U jaderné bomby se jménem „Little Boy“ shozené na Hirošimu se štěpilo pouze $\sim 1,4\%$ z celkového materiálu a celková uvolněná energie byla ~ 15 kt.
- Druhým, rafinovanějším typem je tzv. implozní puma.¹⁴ Materiál ve tvaru dutého válce nebo sféry je obklopen konvenční trhavinou, která ho stlačí do nadkritického stavu. Někdy se dovnitř sféry přidává fúzní materiál, většinou plyn tritia a deuteria. Této metodě se říká boosting. Fúzní materiál slouží jako další zdroj neutronů pohánějící štěpnou reakci. Štěpné reakce mají horní hranici danou tím, že větší množství materiálu by již překročilo kritické množství i bez odpálení startující trhaviny. Tuto hranici představuje bomba „Ivy King“ s ničivou silou 500 kt.



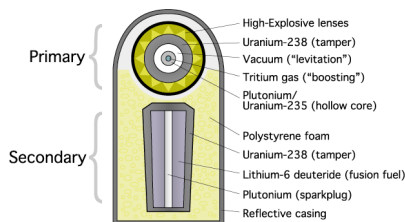
Obr. 5: Dva typy štěpných bomb (https://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_weapon).

Dalším, o mnoho ničivějším typem jsou již zmíněné termonukleární bomby. Standardní typ této bomby je tzv. Teller-Ulamův, který je možné vidět na obr. 6. Bomba funguje tak, že se nejdříve spustí primární štěpná reakce. Energie z této primární reakce zahřeje polystyren obklopující sekundární nálož na tak vysoké teploty, že se z něj stane plazma. Ta poté stlačí sekundární

¹³Anglicky *gun-type*.

¹⁴Anglicky *implosion type*.

nálož, takže se spustí jaderné štěpení uvnitř sekundární nálože.¹⁵ Dále se zahřeje fúzní materiál na teploty v řádech milionu kelvinů a spustí se fúzní reakce. Nakonec produkty této fúzní reakce iniciují štěpení materiálu obklopujícího sekundární nálož, u kterého by normálně k výraznému štěpení nedocházelo. Je také možné přidat třetí, větší fúzní nálož, která bude „zapálena“ energií z té předchozí. V principu se tento proces dá opakovat libovolně-krát a energetický výtěžek termonukleární bomby je tak v podstatě neomezený.¹⁶ Nejsilnější odpálená termonukleární bomba vůbec „Tsar Bomba“ měla sílu 50 Mt.



Obr. 6: Teller-Ulam konfigurace (https://en.wikipedia.org/wiki/Thermonuclear_weapon).

Maximální výkon jaderné bomby

Teď se konečně vracíme k otázce ze zadání. Nejdříve si ale musíme vybrat, jaký typ jaderné bomby budeme uvažovat. Jelikož energie termonukleární bomby je v podstatě neomezená a také proto, že proces výbuchu ve štěpné bombě se lépe popisuje, vybereme si štěpnou bombu.

Jak již bylo zmíněno, energie výbuchu štěpné bomby je generována štěpnými reakcemi, které jsou iniciovány „okamžitými“ neutrony. Předpokládejme, že známe okamžitě uvolněnou energii E_o ¹⁷ jedné štěpné reakce. Pokud poté známe energii exploze bomby E_e , tak můžeme určit počet rozpadlých jader materiálu jako

$$N_{\text{in}} = \frac{E_e}{E_o}.$$

Dále víme, že počet rozpadů v n -tý shake je

$$N_n = N_0 k^n.$$

Pro jednoduchost volme konstantu $N_0 = 1$. Předpokládáme, že řetězovou reakci spustil jediný neutron. Ve štěpných jaderných bombách v průměru proběhne 80 shake,¹⁸ než štěpný materiál expanduje natolik, že řetězová reakce ustane.¹⁹ Pokud chceme zjistit faktor efektivního násobení neutronů pro danou bombu, stačí nám řešit rovnici

$$\sum_{i=0}^{80} k^i = N_{\text{in}}.$$

¹⁵ sparkplug

¹⁶ https://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_weapon

¹⁷ To znamená kinetickou energii vzniklých jader, kinetickou energii „okamžitých“ neutronů a energii gamma záření.

¹⁸ Vytvoří se 80 generací neutronů.

¹⁹ https://en.wikipedia.org/wiki/Critical_mass

V našem modelu, který je daný rovnicí výše předpokládáme, že k je neměnné. Pokud se nám to nezdá příliš pravděpodobné, můžeme třeba předpokládat, že v posledních 5 shake se materiál již rozpíná a hodnota k bude postupně klesat např. na polovinu původní hodnoty.²⁰ Místo toho, aby platilo $N_n = N_{n-1} \cdot k$, platí $N_{76} = N_{75} \cdot k \cdot \frac{10-9}{10}$, $N_{77} = N_{76} \cdot k \cdot \frac{10-8}{10}$, atd. Dostáváme upravený vztah

$$\sum_{i=0}^{75} k^i + \sum_{i=1}^5 k^{75+i} \cdot \prod_{j=1}^i \frac{10-j}{10} = N_{\text{in}}.$$

Hledáme tedy kořen polynomu stupně 80 na kladné reálné poloose.²¹ To se na první pohled může zdát jako komplikovaná úloha. Stačí si ale uvědomit, že koeficient před každou mocninou k je kladný. To znamená, že pokud $P(0) < 0$, což v našem případě platí, bude mít tento polynom na kladné reálné ose pouze jeden kořen, neboť je v tomto intervalu ryze rostoucí. Tuto rovnici hravě vyřeší v podstatě libovolný výpočetní software jako je např. Mathematica. Také je problém možné vyřešit „vlastnoručně“ implementací Newtonovy metody v libovolném programovacím jazyce a jako počáteční hodnotu zvolit nulu (nebo jakékoli kladné číslo). Pro zjištění maximálního výkonu

$$P_{\text{max}} = \frac{\Delta W}{\Delta t},$$

nám pak stačí vybrat generaci s největším počtem reagujících neutronů N_{max} .²² ΔW potom bude dáno prostým vztahem

$$\Delta W = N_{\text{max}} E_o.$$

Tato energie je samozřejmě generovaná za časový úsek $\Delta t = 1$ shake. Máme tedy

$$P_{\text{max}} = N_{\text{max}} E_o \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}.$$

Zkusme si tento výpočet provést konkrétně pro tři bomby, které měly jako štěpný materiál ²³⁵U.

Tab. 1: Tři bomby

Jméno	$\frac{m_p}{\text{kg}}$	$\frac{E_c}{\text{kt}}$	$\frac{E_e}{\text{kt}}$	$\frac{E_e/E_c}{\%}$	k	$\frac{\Delta W}{\text{kt}}$	$\Delta W/E_e$	$\frac{P_{\text{max}}}{\text{W}}$
Little Boy	64	1 131	15	1,3	2,027	3,65	0,244	$1,53 \cdot 10^{21}$
Ivy King	60	1 060	500	47,2	2,120	132,54	0,265	$5,55 \cdot 10^{22}$
Orange Herald	117	2 067	720	34,8	2,130	192,47	0,267	$8,05 \cdot 10^{22}$

Hodnota m_p v tabulce značí hmotnost štěpného materiálu. Z ní a ze vztahu

$$M_{235\text{U}} = \frac{m_p}{n},$$

kde $M_{235\text{U}}$ je molární hmotnost, můžeme dopočítat počet částic a pak i energii uvolněnou při kompletním rozštěpení materiálu E_c . Hodnoty energie výbuchu E_e jsou známé.²³ Podíl E_e/E_c

²⁰Přesný tvar tohoto předpokladu není odůvodněný výpočtem, ale pouze fyzikální intuicí, že reakce nepřestane probíhat náhle v jednom okamžiku, ale utlumuje se postupně. Slouží spíše pro ilustraci toho, že se do vztahu dá promítnout právě jistá fyzikální intuice.

²¹Záporné a imaginární hodnoty k totiž nemají fyzikální smysl.

²²Pro $k > 2$ to vždy bude 80. generace.

²³https://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_weapon_yield

pak udává, jak velká část materiálu byla při výbuchu rozštěpena. Nakonec podíl $\Delta W/E_e$ říká, jak moc velká část energie výbuchu vznikla při štěpení pomocí neutronů z nejpočetnější generace.²⁴

Z předposledního sloupce tabulky je patrné, že pro náš model je podíl energie ze štěpení poslední generace a celkové energie přibližně 0,25.²⁵ Maximální výkon štěpné jaderné bomby můžeme přibližně vyjádřit pomocí energie jejího výbuchu

$$P_{\max} = 0,25 \cdot E_e \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}.$$

V posledním sloupci je uveden dopočítaný maximální výkon, kterého bomba dosahovala. Pro představu porovnejme výkon bomby „Ivy King“, což je největší čistě štěpná jaderná bomba, co kdy byla odpálena,²⁶ a výkon největší fungující jaderné elektrárny na světě, což je Jihokorejská jaderná elektrárna Kori. Kori má celkový výkon 7 489 MW. To znamená, že bomba „Ivy King“ měla v jeden okamžik výkon $7,4 \cdot 10^{12}$ krát větší.

Jan Novotný

jan.novotny@fykos.cz

Úloha II.E ... řídký nebo hustý líh

13 bodů; průměr 5,29; řešilo 55 studentů

Změřte závislost hustoty roztoku lihu ve vodě na jeho objemové koncentraci ve vodě. Zaaďte pro srovnání i měření čistého lihu a čisté vody.

Pozor na správné směřování lihu s vodou – nezapomínejte na to, že objem slité vody a lihu není přesně součtem jejich původních objemů.

Karel si říkal, že by si účastníci mohli trochu čichnout.

Teorie

Vlastnosti směsi ethanolu a vody je dobré znát z mnoha praktických důvodů, například pro ředění pálenky či jiných alkoholických nápojů. Při práci s takovými roztoky si připomeňme, že je často považujeme za ideální. To znamená, že předpokládáme, že jejich mezimolekulové interakce mají konstatní vazebnou energii nezávislou na roztoku. Překvapivě mnoho roztoků se chová jako ideální, což nám výrazně zjednodušuje situaci.

Zmiňované mezimolekulové interakce hrají důležitou roli v mísení kapalin. Ty jsou mísitelné, pokud mají přibližně podobné mezimolekulové interakce se stejnými vazebnými energiemi. Např. hexan má mnohem více mezimolekulových interakcí než voda, proto se tyto dvě látky nemísí.

Mnoho nízkých alkoholů tvoří azeotropické směsi s vodou právě z tohoto důvodu. Hmotnost vody a ethanolu se při smíšení zachovává, objem nikoliv. Pokud však koncentrace vody klesne pod určitou mez, začnou molekuly alkoholu interagovat zase jen s alkoholovými molekulami, což znamená, že přestane platit předpoklad ideální kapaliny.

²⁴Ve všech zmíněných případech byla tato generace tou poslední, neboť $k > 1$ i pro posledních pět generací u všech uvažovaných bomb.

²⁵V případě, kdy uvažujeme k fixní, tak tento poměr vychází přibližně 0,50, takže maximální výkon dostáváme řádově stejný.

²⁶Bomba „Orange Herald“ měla ještě dodatečný fúzní boosting.

Situace se dá velmi zjednodušeně přirovnat k mísení písku a kamení. Písek zaplní volná místa mezi kameny čili výsledný objem nebude pouhým součtem objemů původně oddělených materiálů. Obdobně ethanol a voda mají různé veliké molekuly a dochází zde k podobnému jevu.

Možný postup měření

Pokus lze provést několika způsoby. Nám postačí kuchyňská váha, odměrný válec (nejlépe s rozlišením alespoň 1 ml), pipeta, denaturovaný líh a voda. Při měření budeme předpokládat, že použitý ethanol je čistý, a do výpočtu nezahrneme objem dalších příměsí. Na toto zjednodušení bychom ale budeme muset pamatovat při vyhodnocení výsledků experimentu.



Obr. 7: Pomůcky – zleva technický líh, kuchyňská váha s přesností na 1 g, odměrný válec s objemem 200 ml a rozlišením 2 ml a pipeta pro 10 ml s rozlišením 1 ml.

Do odměrného válce s denaturovaným ethanolem budeme postupně přidávat vodu, přičemž budeme sledovat hmotnost a objem roztoku. Z naměřených hmotností, objemů a ze znalosti původního objemu čistého ethanolu můžeme spočítat jeho objemovou koncentraci v roztoku a hustotu roztoku jako

$$\varphi = \frac{V_{\text{líh}}}{V_{\text{směs}}}, \quad \rho = \frac{m_{\text{směs}}}{V_{\text{směs}}}.$$

Při zpracování chyb vyjdeme z toho, že relativní chyby se sčítají kvadraticky.

$$\frac{\sigma_{\rho}}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2},$$

kde $\sigma_m = 1$ g, $\sigma_V = 2$ ml a V označuje objem celé směsi. Obdobně pro chybu objemové koncentrace platí

$$\frac{\sigma_{\varphi}}{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{V_{\text{směs}}}}{V_{\text{směs}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{V_{\text{líh}}}}{V_{\text{líh}}}\right)^2},$$

kde $V_{\text{líh}}$ označuje objem čistého lihu, v našem případě 50 ml.

Výsledky měření

V grafu na obrázku 8 jsou vyneseny spočítané hodnoty společně s těmi tabulkovými²⁷ pro teplotu 20 °C.

Tab. 2: Naměřené hodnoty objemů a hmotností, ze kterých jsme spočítali hustoty a objemové koncentrace roztoků včetně chyb.

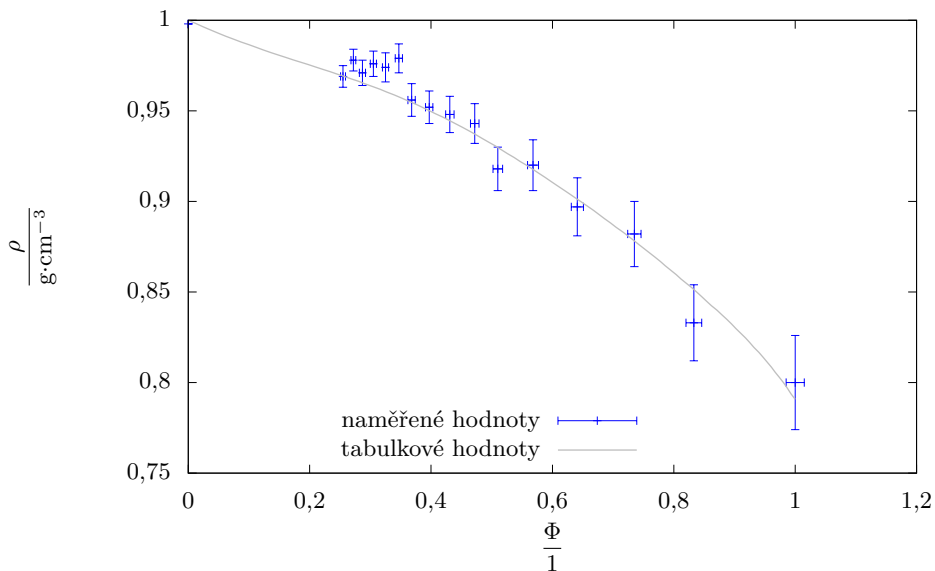
$V_{\text{H}_2\text{O}}$ ml	V ml	m g	φ 10^{-3}	σ_φ 10^{-3}	ρ g·cm ⁻³	σ_ρ g·cm ⁻³
0	50	40	1 000	40	0,80	0,04
10	60	50	833	8	0,83	0,03
20	68	60	735	7	0,88	0,03
30	78	70	641	6	0,90	0,03
40	88	81	568	6	0,92	0,02
50	98	90	510	5	0,92	0,02
60	106	100	472	5	0,94	0,02
70	116	110	431	4	0,95	0,02
80	126	120	397	4	0,95	0,02
90	136	130	368	4	0,96	0,02
100	144	141	347	3	0,98	0,02
110	154	150	325	3	0,97	0,01
120	164	160	305	3	0,98	0,01
130	174	169	287	3	0,97	0,01
140	184	180	272	3	0,98	0,01
150	196	190	255	3	0,97	0,01

Diskuze

V grafu 8 je vidět, že hodnoty naměřené v domácích podmínkách se příliš neliší od těch tabulkových. Při vyhodnocování musíme brát v potaz, že sledovaná závislost je poměrně komplexní a náchylná na další neměřené či zanedbané parametry. Takovým parametrem je zajisté i teplota. V některých případech mísení tekutin může docházet k teplotním změnám (např. při ředění kyseliny se uvolňuje velké množství tepla). Podstatný vliv na závislost má přítomnost dalších látek v roztoku, příkladem mohou být různé příměsi v denaturovaném ethanolu (různé směsi uhlovodíku jako solventní nafta, petrolej, technický benzín, barviva a atd.). Podobně mohou hustotu ovlivňovat i rozpustěné soli v použité kohoutkové vodě. V případě extrémně vysoké koncentrace solí v roztoku může dokonce dojít k oddělení fází. Tento proces se nazývá vysolování a využívá se v organické chemii. To naštěstí nebyl při našem experimentu problém.

Naopak to, že se část ethanolu a vody během měření odpaří, má na výsledek tak malý vliv, že jej můžeme zanedbat. Podobně nepodstatný vliv na měření má i tlak vzduchu.

²⁷Tabellen für das Labor – Ethanol-Water Mixtures – Steffen's Chemistry Pages. Steffen's Wissensblog – nützliches und unnützes Wissen [online]. Copyright © 2021 Steffen [cit. 02.10.2021]. Dostupné z: <https://wissen.science-and-fun.de/chemistry/chemistry/density-tables/ethanol-water-mixtures/>.

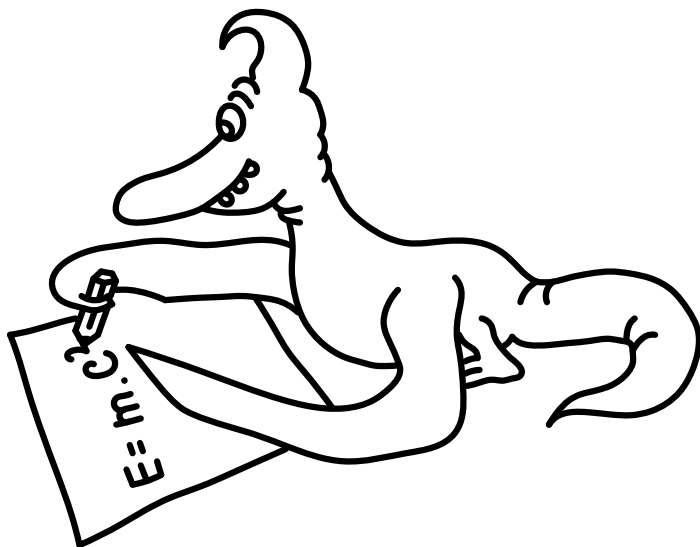


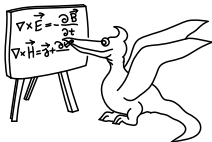
Obr. 8: Naměřená závislost hustoty roztoku lihu ve vodě na objemové koncentraci proložená tabulkovými hodnotami.

Závěr

V rámci experimentu se nám podařilo naměřit hodnoty odpovídající těm tabulkovým. Došli jsme k závěru, že pro eliminaci nepřesností měření by bylo dobré používat náčiní s co nejvyšším rozlišením, pracovat s co nejčistším ethanolem a v prostředí se stabilní teplotou. Také by bylo vhodné použít destilovanou vodu namísto té kouhotkové pro maximální omezení dalších možných příměsí.

Josef Trojan
josef.trojan@fykos.cz





Seriál: Hoříme

V tomto díle seriálu se podíváme na samotné hoření jaderného paliva a na produkci a výtěžek energie.

Hoření paliva

Když teplota a hustota paliva v centrální horké skvrně (typicky o poloměru 1 – 10 μm) dosáhne správných hodnot, palivo se zapálí a nastane jaderné slučování deuteria s tritiem. Produkovaná jádra helia odevzdávají svoji energii především v této centrální oblasti a velmi rychle se ohřívají, takže se slučuje stále více jader (v centrální horké skvrně stoupá teplota a tím pádem se zvyšuje i účinný průřez fúzní reakce). Je to dáno velmi krátkým dosahem jader helia v hustém plazmatu. Rentgenové záření, neutrony vzniklé z fúze a všudypřítomné plazmové elektrony pak přenášejí energii do vnějších oblastí paliva. Kvůli relativně vysoké transparentnosti paliva pro rentgenové záření a neutrony projdou obě tyto složky touto částí paliva prakticky bez toho, aby zde odevzdaly významné množství energie. Proto se energie do vnějších oblastí paliva přenáší převážně elektrony (v tomto případě hovoříme o termální vodivosti plazmatu). Teplota zde opět vzrůstá, takže se zde také objeví fúzní reakce a pokračuje hoření paliva. Tento proces se dále opakuje a hoření se tak postupně šíří k okrajím palivové peletky.

Během této doby vznikne obrovský tlak, který nakonec odfoukne zbývající palivo. Imploze palivové peletky se tak změní v explozi. Celý děj trvá řádově desítky až stovku pikosekund. Explozi peletky končí cyklus produkce energie v laserové inerciální fúzi a celý proces se vstříknutím nové palivové peletky do reaktoru opakuje. Aby došlo k prakticky kontinuální produkci energie, frekvence těchto cyklů musí být alespoň 20 Hz.

Jádra helia předávají energii palivu převážně pružnými Coulombickými srážkami (Rutherfordův rozptyl).

Pro popis binární srážky je vhodné zavést tzv. záměrný (impaktní) parametr b , který vyjadřuje vzdálenost os jader před srážkou (viz obrázek 10)

$$b = \frac{Q_{\text{He}} Q_{\text{H}}}{8\pi\epsilon_0 E_{\text{k}}} \cotg \frac{\theta}{2},$$

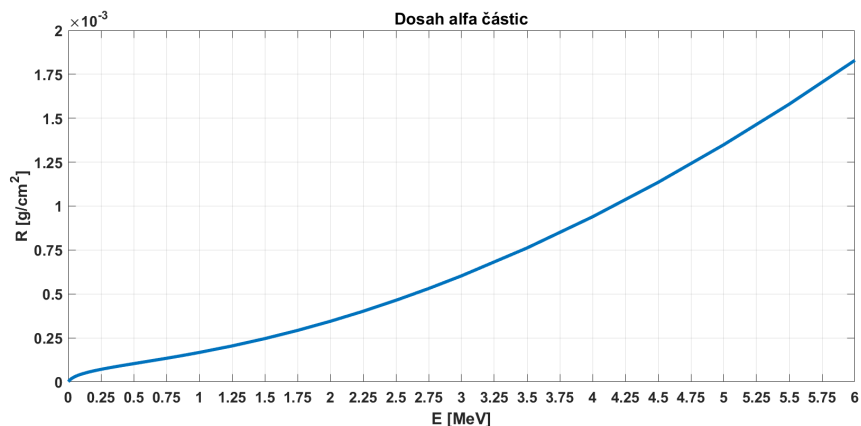
kde E_{k} je kinetická energie jádra helia. Pravděpodobnost rozptylu²⁸ nalétávající částice (jádra helia) do úhlu θ je možné vyjádřit vztahem

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Q_{\text{He}} Q_{\text{H}}}{4\pi\epsilon_0 \mu |v_{\text{He}} - v_{\text{H}}|^2} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}},$$

kde Q_{He} a Q_{H} jsou náboje jader helia a deuteria, resp. tritia, a v_{He} a v_{H} jsou rychlosti těchto jader. Dále μ je tzv. redukovaná hmotnost, kterou můžeme vyjádřit jako

$$\mu = \frac{m_{\text{He}} m_{\text{H}}}{m_{\text{He}} + m_{\text{H}}},$$

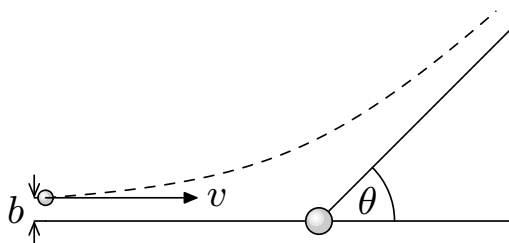
²⁸Přesněji řečeno toto je tzv. diferenciální účinný průřez.



Obr. 9: Závislost tzv. dosahu jader helia v deuteriu na jejich energii. Dosah je obvykle normován na hustotu daného materiálu udávanou v $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$, proto je jeho jednotka udávána v $\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$.

kde m_{He} a m_{H} představují hmotnosti interagujících jader. Energie přenesená z jádra helia do kinetické energie deuteria nebo tritia Q spočítáme jako

$$Q = 2 \frac{\mu^2}{m_{\text{H}}} v_{\text{He}}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$



Obr. 10: Schéma Coulombova pružného rozptylu.

Neutrony uvolněné jadernou reakcí interagují primárně prostřednictvím pružných srážek s jádry deuteria a tritia v plazmatu. V průměru při srážce s jádrem o hmotnostním čísle A ztratí neutron jen zlomek své energie, která odpovídá poměru

$$\frac{2A}{(A+1)^2}.$$

Účinný průřez srážky je pro deuterium i tritium přibližně 10^{-23} cm^2 . Odpovídající střední volná dráha (tj. délka dráhy letu neutronu mezi dvěma srážkami) je

$$l = \frac{1}{\sigma n},$$

kde σ je účinný průřez srážky a n je hustota iontů v plazmatu. Střední volná dráha je však mnohem větší než rozměr stlačeného paliva, a proto je příspěvek neutronů k ohřevu horké skvrny i transportu energie do vnějších slupek paliva zanedbatelný.

Mnohem významnější roli v přenosu energie do vnějších slupek (a tedy rozšíření oblasti hoření paliva) představují elektrony (přenos energie prostřednictvím elektronů se také nazývá tepelná vodivost). Tok hustoty tepla q můžeme vyjádřit Fourierovým zákonem²⁹

$$q = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta x},$$

kde κ je koeficient tepelné vodivosti, ΔT je změna teploty a Δx je úsek, na který se teplo přenáší.

Dominantním mechanismem produkce elektromagnetického záření (fotonů) při teplotách, které panují v centrální horké skvrně (tj. několik keV) je tzv. brzdné záření. Střední volnou dráhu brzdného fotonu (v cm) je možné vyjádřit jako

$$l_{\text{bz}} = 14,4 \frac{T_{\text{h}}^{\frac{7}{2}}}{\rho_{\text{h}}^2},$$

kde ρ_{h} a T_{h} jsou hustota (v $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$) a teplota (v keV) centrální horké skvrny. Protože tato střední volná dráha je mnohonásobně větší než rozměr horké skvrny, brzdné záření významně nepřispívá k ohřívání středu paliva a vnějších slupek³⁰ a v podstatě představuje pouze energetické ztráty, které je nutné překonat.

²⁹Přesnější znění říká, že směr toku hustoty tepla je úměrný teplotnímu spádu (gradientu).

³⁰Pokud by střed paliva byl výrazně hustší, k absorpci záření by zde mohlo dojít, což by přispívalo ke zvýšení teploty plazmatu.



Pořadí řešitelů po II. sérii

Kompletní výsledky najdete na <http://fykos.cz>.

Kategorie prvních ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	5	P	E	S	II	„%“	„%“	Σ
Student	MFF UK	6	6	6	7	8	10	13	10	66	100	18	132
1. Matouš Mišta	G, Olomouc-Hejčín	4	4	5	7	6	10	4	10	50	71	13	94
2. Michal Stroff	G, Budějovická, Praha	6	4	6	6	5	5	7	6	45	73	12	89
3.–4. Jan Theodor Hrdý	BG B. Balbína, Hradec Králové	6	6	6	6	3	–	5	–	32	61	9	68
3.–4. David Něnička	G, Rožnov pod Radhoštěm	6	–	6	6	–	–	5	–	23	77	9	68
5. Tomáš Kubrický	G Poštová, Košice	6	6	6	4	–	–	9	–	31	82	9	65
6. Vladimír Slanina	G Poštová, Košice	6	6	6	–	–	10	5	–	33	78	8	64
7. Adam Bretšnajder	G Z. Wintra, Rakovník	6	0	6	–	–	7	5	–	24	60	8	58
8. Ivan Žemlička	G Ústavní, Praha	6	0	1	–	–	1	6	–	14	60	7	53
9. Patrik Štencel	Mendelovo G, Opava	6	2	6	7	–	–	4	–	25	74	7	51
10. Pavla Šimová	G, Šumperk	2	4	–	–	–	–	6	–	12	72	6	49
11. Petr Toman	G, Velké Meziříčí	6	2	1	1	2	10	2	–	24	41	6	44
12. Petr Brettschneider	G, Dukelská, Bruntál	6	0	1	2	0	3	2	–	14	32	4	33
13. Adam Pustka	G F. X. Šaldy, Liberec	6	2	–	–	–	–	–	–	8	73	4	30
14. Václav Verner	PORG, Praha	4	0	4	0	–	1	–	1	10	28	4	29
15.–16. Michal Branda	G Dašická, Pardubice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	48	3	24
15.–16. Michal Sykáček	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	6	0	2	–	–	–	–	–	8	49	3	24
17.–18. Tomáš Bourek	G J. Heyrovského, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	59	2	20
17.–18. Jakub Radim Zbončák	G, Křenová, Brno	6	2	–	1	3	7	1	–	20	40	2	20
19. Veronika Roskovská	G, Ohradní, Praha-Michle	6	6	–	–	–	–	–	–	12	100	2	18
20. Adam Filíp	G, Česká Lípa	6	0	–	–	–	–	–	–	6	59	2	17
21. Barbora Edlová	G, Tachov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	2	15
22. Ondřej Hejsek	G a SOŠ, Jilemnice	0	0	1	0	0	1	2	–	4	16	2	14
23.–27. Yahor Herashchanka	G, Turnov	6	2	–	–	–	–	–	–	8	67	1	12
23.–27. Vojtěch Janáček	G F. X. Šaldy, Liberec	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	1	12
23.–27. Dominik Marton	G Poštová, Košice	6	0	–	–	–	–	–	–	6	67	1	12
23.–27. Matyáš Matta	Masarykovo G, Plzeň	–	–	–	–	–	–	–	–	–	92	1	12
23.–27. Vojtěch Trnka	G J. Vrchlického, Klatovy	–	–	–	–	–	–	–	–	–	41	1	12
28.–29. Eduard Plic	Masarykovo G, Plzeň	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	1	11
28.–29. Vilém Učík	G J. Jungmanna, Litoměřice	6	0	–	–	–	–	–	–	6	35	1	11
30.–33. Kryštof Mazera	G Jírovcova, České Budějovice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	83	1	10
30.–33. Tomáš Otrubčák	G Ludovíta Štúra, Trenčín	–	–	6	–	–	–	–	–	6	83	1	10
30.–33. Jáchym Předota	G Jírovcova, České Budějovice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	91	1	10
30.–33. Lucie Roskovská	G, Ohradní, Praha-Michle	–	–	–	–	–	–	–	–	–	83	1	10
34. Marek Kalenda	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	–	–	–	–	–	–	–	–	38	1	9
35. Lucie Martinková	G B. Němcové, HK	–	–	–	–	–	–	–	–	–	67	1	8
36. Jan Hrdina	G Na Vítězný pláni, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	27	1	7
37. Matěj Hušek	G, Turnov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	45	0	5
38.–39. Miroslav Pajger	Bilingválne G, Sučany	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0	0	0
38.–39. Marie Steinhäuserová	ZŠ Strmilov	–	–	–	–	–	0	–	–	0	0	0	0

Kategorie druhých ročníků

jméno <i>Student</i>	Pilný	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	II	„%“	%	Σ	
			6	6	6	7	8	10	13	10	66	100	18	132	
1.	<i>Jan Klír</i>	G B. Hrabala	6	4	6	3	3	10	13	5	50	75	12	88	
2.	<i>Vladimíra Jiříčková</i>	G J. Vrchlického, Klatovy	6	2	6	3	4	11	8	–	40	75	11	85	
3.	<i>Veronika Plevná</i>	G, Cheb	6	4	5	3	–	7	–	–	25	67	8	61	
4.–5.	<i>Vít Říha</i>	G Volgogradská 6a, Ostrava	6	4	2	3	–	7	4	–	26	49	6	47	
4.–5.	<i>Jakub Savula</i>	G Jírovceva, České Budějovice	6	0	2	1	–	–	5	–	14	53	6	47	
6.	<i>Lukáš Límhart</i>	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	2	2	–	4	–	2	–	–	10	61	6	46	
7.–9.	<i>Veronika Bartáková</i>	Slovanské G, Olomouc	6	2	–	–	–	–	12	3	23	58	6	44	
7.–9.	<i>Martin Chrostek</i>	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	2	2	1	0	2	4	5	–	16	39	6	44	
7.–9.	<i>Richard Materna</i>	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	2	2	–	–	3	8	–	–	15	60	6	44	
10.	<i>Marek Pučejd</i>	G J. V. Jirsíka, Č. Budějovice	6	0	5	–	–	10	–	–	21	86	5	42	
11.–12.	<i>Anežka Čechová</i>	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	6	4	4	–	–	3	5	–	22	51	5	39	
11.–12.	<i>Monika Drezlerová</i>	G, Rožnov pod Radhoštěm	6	2	4	2	1	1	3	–	19	38	5	39	
13.–14.	<i>Daniel Čtvrtečka</i>	G Christiana Dopplera, Praha	4	–	–	2	–	–	–	–	6	68	5	36	
13.–14.	<i>Radek Truhlář</i>	G, Cheb	–	–	–	–	–	–	–	–	–	64	5	36	
15.	<i>Klára Plchová</i>	G, Boskovice	6	0	–	–	–	2	–	1	9	43	4	32	
16.–18.	<i>Antonie Fejfarová</i>	G Botičská, Praha	–	–	–	–	–	1	4	–	5	44	4	29	
16.–18.	<i>Maximilian Ladislav Skuda</i>	G, Boskovice	6	–	–	–	–	–	–	–	6	53	4	29	
16.–18.	<i>Lukáš Váňa</i>	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	–	–	–	–	–	–	–	–	–	52	4	29	
19.	<i>Jan Zrůst</i>	G Botičská, Praha	6	4	5	–	–	–	–	–	15	72	3	26	
20.	<i>Tadeáš Roblík</i>	G, Židlochovice	6	–	–	1	2	4	–	0	13	31	3	24	
21.	<i>Václav Vinkler</i>	Wichterlovo G, Ostrava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	3	22	
22.	<i>Benjamín Král</i>	G, Hlinsko	–	–	–	–	–	–	–	–	–	40	2	20	
23.	<i>Vojtěch Minárik</i>	G, Slaný	–	–	–	–	–	–	–	–	–	79	2	19	
24.–25.	<i>Barbora Klusáková</i>	BG B. Balbína, Hradec Králové	2	–	4	–	–	–	–	–	–	6	75	2	18
24.–25.	<i>David Mendl</i>	G P. de Coubertina, Tábor	6	–	–	–	–	–	–	–	–	6	69	2	18
26.–27.	<i>Jakub Svobodník</i>	G Volgogradská 6a, Ostrava	4	0	–	–	–	–	–	–	–	4	53	2	17
26.–27.	<i>Aneta Vašíčková</i>	G Dašická, Pardubice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	47	2	17	
28.	<i>Patrik Číhal</i>	Klvaňovo G Kyjov	–	–	–	–	–	–	–	–	–	76	1	13	
29.–30.	<i>Julie Matulová</i>	G Dobruška	6	–	–	–	–	–	–	–	–	6	100	1	12
29.–30.	<i>Filip Neubauer</i>	Akademické G, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	71	1	12	
31.–33.	<i>Vítězslav Lamoš</i>	G, Omská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	1	11	
31.–33.	<i>Vojtěch Martínek</i>	Mendelovo G, Opava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	29	1	11	
31.–33.	<i>Tereza Teplanská</i>	Mendelovo G, Opava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	29	1	11	
34.–35.	<i>Michaela Radoměřská</i>	G, Voděradská, Praha	6	–	–	–	–	–	–	–	–	6	83	1	10
34.–35.	<i>Filip Rásó</i>	Súkromné Bilingválne G., Galanta	–	–	–	–	–	–	–	–	–	56	1	10	
36.	<i>Filip Hanzlík</i>	G Jana Nerudy, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	67	1	8	
37.	<i>Lukáš Müller</i>	Podkrušnohorské G, Most	–	–	–	–	–	–	–	–	–	16	1	7	
38.–41.	<i>Jakub Červeňan</i>	G J. Pivečky, Slavičín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	6	
38.–41.	<i>Filip Hošek</i>	Masarykovo klasické G, Říčany	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	6	
38.–41.	<i>David Theodor Nimrichtr</i>	G Dašická, Pardubice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	6	
38.–41.	<i>Marek Štorek</i>	G, Nad Alejí, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	6	
42.–44.	<i>Kristýna Bělušová</i>	G J. Pivečky, Slavičín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	67	0	4	
42.–44.	<i>Michal Hrotko</i>	G Ludovíta Štúra, Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	17	0	4	

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	II	„%“	%	Σ
		6	6	6	7	8	10	13	10	66	100	18	132
42.–44. Jiří Sýkora	G, Trhové Sviny	–	–	–	–	–	–	–	–	–	33	0	4
45.–47. Peter Holý	G Ludovíta Štúra, Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	33	0	2
45.–47. Anna Jiríčková	G a Hudební škola, Praha 3	–	–	–	–	–	–	–	–	–	33	0	2
45.–47. Aneta Vavřinová	G Dašická, Pardubice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	33	0	2
48. Tereza Lichtenbergová	G Botičská, Praha	–	0	–	0	–	–	–	–	–	0	0	0

Kategorie třetích ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	II	„%“	%	Σ
		3	3	6	7	8	10	13	10	60	100	16	120
1. Denisa Trnková	G Nad Štolou, Praha	3	3	6	–	1	10	11	–	34	79	9	67
2. David Bálek	G Legionářů, Příbram	3	3	6	5	6	–	–	7	30	85	8	62
3. Daniela Karpíšková	Masarykovo G, Plzeň	3	2	5	2	2	3	8	1	26	55	8	61
4. Ioana Milea	CN Mihai Eminescu, Satu Mare, RO	1	1	–	6	4	7	3	–	22	63	8	58
5. Pavel Provažník	G Dašická, Pardubice	3	3	6	5	6	–	1	–	24	61	7	55
6. Jakub Hadač	G V. Hlavatého, Louny	3	2	2	2	–	2	9	6	26	51	7	52
7. Lukáš Létal	G J. Škody, Přerov	0	0	4	–	–	10	5	–	19	62	6	48
8.–10. Katarína Horská	G Jana Keplera, Praha	3	1	4	2	–	9	7	–	26	46	6	47
8.–10. Jakub Míkáč	G Dobruška	1	0	3	–	–	9	3	–	16	61	6	47
8.–10. Miruna Neacsu	Inter. Computer HS, Bucharest, RO	2	3	4	2	–	3	2	0	16	46	6	47
11. Tereza Blažková	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	1	2	6	0	–	10	–	3	22	51	6	46
12.–13. Pavel Horský	G, Brno-Řečkovice	3	3	2	1	–	1	5	–	15	58	6	45
12.–13. Adam Póša	G Alejová, Košice	3	2	6	3	–	6	–	–	20	69	6	45
14. Martin Kysela	G, Český Krumlov	3	1	2	5	–	7	3	–	21	54	6	44
15.–16. Jiří Vestfál	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	3	2	6	4	4	–	5	–	24	63	5	41
15.–16. Tereza Voltrová	G Mikulášské n. 23, Plzeň	3	1	6	2	3	1	–	1	17	55	5	41
17. Ladislav Vávra	G, Rožnov pod Radhoštěm	0	0	–	1	1	10	2	–	14	43	5	40
18. Alexander Stoyanov	91 Germ. Lang. Sch. "Pr. K. G"	1	1	3	–	0	6	2	3	16	36	5	37
19. Petr Piňos	Biskupské G, Brno	3	0	–	4	–	–	7	–	14	56	4	34
20. Jonáš Venc	G, Havlíčkův Brod	3	–	1	–	–	7	1	–	12	47	4	33
21. Michal Kišš	G Ludovíta Štúra, Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	62	4	31
22.–23. Mikuláš Fiala	G Botičská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	58	4	29
22.–23. Tereza Hochmanová	G Chotěboř	–	–	–	–	–	–	–	–	–	56	4	29
24. Ivana Durkošová	G, Dexnerova, Vranov n. Toplou	1	0	2	0	–	1	2	–	6	32	3	27
25. Vojtěch Haslinger	G, Lovosice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	66	3	25
26. Václav Tichavský	G Jana Nerudy, Praha	3	1	5	–	–	–	–	–	9	63	3	24
27. Martin Švanda	Arcibiskupské G, Praha	1	–	6	6	–	–	–	–	13	59	3	23
28. Jonáš Dej	Wichterlovo G, Ostrava	–	–	–	–	–	–	5	–	5	75	2	21
29. Karolína Žídková	G O. Havlové, Ostrava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	51	2	20
30. Jiří Polách	G, Frýdlant nad Ostravicí	3	1	1	–	–	–	3	–	8	44	2	18
31. Josef Ferda	G dr. A. Hrdličky, Humpolec	3	1	2	7	–	–	–	–	13	68	2	17
32. Juraj Pavolko	G, P. Horova, Michalovce	1	0	6	2	–	–	–	–	9	33	2	15
33.–35. Viliam Geffert	G Poštová, Košice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	82	2	14
33.–35. Vojtěch Lančarič	SPŠ Praha 10	–	–	–	–	–	–	–	–	–	78	2	14

jméno <i>Student</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	P	E	S	II	„%“	%	Σ	
<i>Student</i>	<i>Pilný</i>	3	3	6	7	8	10	13	10	60	100	16	120	
33.–35. <i>Jakub Petrovický</i>	BG B. Balbína, Hradec Králové	–	–	–	–	–	–	–	–	–	47	2	14	
36. <i>Mikuláš Sulovský</i>	G F. X. Šaldy, Liberec	–	–	–	–	–	–	–	–	–	43	1	13	
37.–39. <i>Barbora Čemanová</i>	G Poštová, Košice	–	–	–	–	–	–	9	–	9	36	1	12	
37.–39. <i>Zdeněk Hartman</i>	G, Broumov	3	–	–	–	–	–	–	–	3	86	1	12	
37.–39. <i>Štěpán Šmětka</i>	Letohradské soukromé gymnázium L	0	–	–	–	–	2	–	–	2	30	1	12	
40.–41. <i>Jiří Jirásek</i>	G Mikulášské n. 23, Plzeň	–	–	–	–	–	–	–	–	–	55	1	11	
40.–41. <i>Dávid Jopek</i>	G Poštová, Košice	1	2	0	0	2	1	–	–	6	20	1	11	
42. <i>Patrik Bašo</i>	G Ludovíta Štúra, Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	–	–	77	1	10	
43. <i>Lída Kačenková</i>	G, Budějovická, Praha	2	–	–	–	–	1	–	–	3	29	1	9	
44.–46. <i>Matej Donoval</i>	ŠpMNDaG, Bratislava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	1	8	
44.–46. <i>Matěj Olič</i>	G V. Hlavatého, Louny	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	1	8	
44.–46. <i>Michaela Valtrová</i>	Mendelovo G, Opava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	44	1	8	
47.–49. <i>Domínik Blaha</i>	G, Uherské Hradiště	2	–	5	–	–	–	–	–	–	7	78	1	7
47.–49. <i>Petr David Lanča</i>	G, Frýdlant nad Ostravicí	1	–	–	–	–	–	1	–	2	32	1	7	
47.–49. <i>Jan Tomšej</i>	G P. Bezruče, Frýdek-Místek	–	–	–	–	–	–	–	–	–	32	1	7	
50.–51. <i>Patrik Jendele</i>	SPŠ stavební Plzeň	3	–	–	–	–	–	–	–	3	100	0	6	
50.–51. <i>Tomaš Názler</i>	SPŠ a VOŠT Brno	–	–	–	–	–	–	–	–	–	20	0	6	
52. <i>Karolína Prasková</i>	Masarykova sš zemědělská a voš O	–	0	–	–	–	1	2	0	3	12	0	5	
53.–54. <i>Bogdans Grebņevs</i>	Riga Tech. Univ. Engin. HS, LV	3	1	–	–	–	–	–	–	4	67	0	4	
53.–54. <i>Barbora Růžičková</i>	G, Moravská Třebová	–	–	–	–	–	–	–	–	–	67	0	4	
55.–56. <i>Jan Petkov</i>	Mendelovo G, Opava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	3	
55.–56. <i>Jaromír Potůček</i>	G Jana Keplera, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	3	
57.–59. <i>Tomáš Patsch</i>	Slovanské G, Olomouc	0	2	–	–	–	–	–	–	–	2	33	0	2
57.–59. <i>Marek Plachý</i>	G, Jateční, Ústí nad Labem	–	–	–	–	–	–	–	–	–	67	0	2	
57.–59. <i>Michal Puš</i>	G Nad Kavalírkou, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	67	0	2	
60.–61. <i>Filip Msallam</i>	G, Nad Alejí, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	33	0	1	
60.–61. <i>Pragun Pudukoli</i>	NC for Excellence, India	–	1	–	–	–	–	–	–	–	1	33	0	1
62.–63. <i>Martina Plevová</i>	G, Frýdlant nad Ostravicí	–	–	–	–	–	–	0	–	0	0	0	0	
62.–63. <i>Vojtěch Svoboda</i>	G, Budějovická, Praha	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0	0	0	

Kategorie čtvrtých ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	5	P	E	S	II	„%“	%	Σ
Student	MFF UK	3	3	6	7	8	10	13	10	60	100	16	120
1. David Chudožilov	Reálné G a ZŠ, Prostějov	3	2	6	6	4	–	14	–	35	88	12	88
2.–3. Aleš Opl	G a Hudební škola, Praha 3	3	3	6	7	8	10	–	–	37	92	11	80
2.–3. Josef Vácha	G Jana Keplera, Praha	1	3	6	7	8	11	–	–	36	92	11	80
4. Jiří Kohl	Biskupské G, Brno	3	3	6	7	8	–	13	8	48	97	10	74
5. Elena Chochořáková	G L. Svobodu, Humenné	1	3	5	2	–	–	12	6	29	77	9	71
6. Filip Vrto	G J. Škody, Přerov	3	0	3	1	2	10	13	6	38	64	9	70
7. Jan Pijáček	Biskupské G, Brno	3	2	3	2	3	–	6	–	19	54	7	54
8.–9. Daniel Skýpala	G, Olomouc-Hejčín	3	1	6	4	–	–	3	–	17	59	7	51
8.–9. Vojtěch Stránský	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	3	1	1	3	2	1	2	–	13	51	7	51
10. Jakub Míkeš	G J. Škody, Přerov	3	3	6	4	–	–	6	–	22	74	7	50
11. Pavlína Zavřelová	Biskupské G, Brno	3	1	2	–	–	1	2	–	10	50	6	46
12. Aneta Píková	G, Strakonice	1	1	3	2	–	–	–	7	14	54	6	45
13. Matěj Charousek	G Na Vítězné pláni, Praha	3	–	2	2	3	–	–	–	10	57	5	40
14. Hynek Jakeš	Slovanské G, Olomouc	–	2	6	6	6	–	–	–	20	76	5	38
15. David Juda	Gymnázium Brno-Bystrc	3	1	6	1	–	–	7	–	18	65	4	35
16. Adam Krška	G, Mikulov	3	–	4	2	–	–	–	–	9	74	4	32
17. Martin Fedorko	G J. A. Raymana, Prešov	2	3	6	4	–	–	–	–	15	78	4	31
18. Dávid Brodňanský	G J. A. Raymana, Prešov	–	–	6	–	–	10	–	–	16	88	4	29
19. Nicolas Gavorník	G, Myjava	–	–	6	2	–	–	–	–	8	66	3	27
20. Marie Lausová	G, Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	50	3	25
21. Jakub Pelc	G, Benešov	–	–	–	–	–	7	–	–	7	49	3	23
22. Tomáš Heger	Jiráskovo G, Náchod	–	–	–	–	–	–	–	–	–	55	3	22
23. Aleš Manuel Papáček	G, Třeboň	–	–	–	–	–	–	–	–	–	59	2	19
24. Jiří Harvalík	G Mikulášské n. 23, Plzeň	–	–	–	–	–	–	–	–	–	69	2	18
25.–26. Lukáš Fidler	Jiráskovo G, Náchod	2	2	–	–	–	–	–	–	4	81	2	17
25.–26. Nikita Ustinov	G Jana Keplera, Praha	3	3	–	–	8	–	–	–	14	100	2	17
27. Matej Korž	G J. A. Raymana, Prešov	3	1	–	–	–	–	–	–	4	62	2	16
28.–29. Matouš Hofmeister	G J. Barranda, Beroun	–	–	–	–	–	–	–	–	–	43	2	15
28.–29. Karel Podzimek	BG B. Balbína, Hradec Králové	2	2	6	0	–	–	–	–	10	50	2	15
30.–31. Luboš Bariak	G Tajovského, B. Bystrica	2	0	–	0	–	–	–	–	2	35	2	14
30.–31. Adam Hůstava	European School Luxembourg II	–	–	–	–	–	–	–	–	–	56	2	14
32. Eliška Malá	Slovanské G, Olomouc	–	1	–	–	–	–	–	–	1	32	1	10
33. Jan Marjanko	G J. Jungmanna, Litoměřice	–	–	–	–	–	–	–	–	–	62	1	8
34. Antonín Kubík	G, Roudnice nad Labem	3	–	0	–	–	–	–	–	3	35	1	7
35. Matěj Mocek	G Dašická, Pardubice	3	–	–	2	–	–	–	–	5	45	0	5
36.–40. Jozef Mičan	G Grösslingová, Bratislava	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	3
36.–40. Matouš Novotný	G, Křenová, Brno	–	–	–	–	–	–	–	–	–	5	0	3
36.–40. Lukáš Ščerbanovský	G, Dexnerova, Vranov n. Toplou	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	3
36.–40. Jakub Šimek	Gym Dr. A. Randy, Jablonec n. N.	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	3
36.–40. Michal Uliáš	Smíchovská SPŠ Praha 5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	100	0	3



FYKOS
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <https://fykos.cz>
e-mail: fykos@fykos.cz

 **@FYKOS**  **@fykosak**

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.