

Úloha I.2 ... pravidlo dvou sekund 3 body; průměr 1,65; řešilo 123 studentů

Pravidlo dvou sekund je pomůcka pro řidiče, která tvrdí, že bezpečný rozestup dvou vozidel jsou minimálně dvě sekundy. Mějme dopravní uzel, ve kterém n_1 -proudá silnice přechází v n_2 -proudou. Maximální povolená rychlost v prvním úseku je v_1 . Jaká může být nejmenší možná maximální povolená rychlost v_2 ve druhém úseku, aby se v něm netvořily zácpy a všichni měli možnost dodržet pravidlo dvou sekund? Průměrná délka jednoho auta je l a předpokládáme, že svoji rychlost dokáže měnit skokově. Honza trčel příliš dlouho v dopravní zácpě.

Nejprve si určíme, kolik aut projede úsekem silnice za jednotku času. K délce auta připočteme i délku „sedé zóny“, do které se jiný řidič jedoucí za autem nesmí dostat. Efektivní délka auta tedy bude

$$L = l + vt_d,$$

kde t_d představuje právě dvousekundový odstup. Dobu, kterou k projetí úseku potřebuje jedno auto, lze vyjádřit jako

$$T = \frac{L}{v} = \frac{l + vt_d}{v} = \frac{l}{v} + t_d.$$

Převrácená hodnota T nám dá frekvenci – počet aut, která projedou úsekem za jednotku času

$$Q = \frac{1}{T}.$$

Zatím jsme uvažovali pouze jednoproudou silnici. Pro silnici s n jízdními pruhy vynásobíme právě odvozený „průtok“ počtem pruhů n a dostaneme

$$Q = \frac{n}{T},$$

$$Q = \frac{n}{\frac{l}{v} + t_d}.$$

Nyní sestavíme jakousi obdobu rovnice kontinuity z hydrodynamiky. Aby se v uzlu netvořily zácpy, musí se počet aut příjezdějících a odjezdějících za jednotku času rovnat. Musí tedy platit

$$Q_1 = Q_2,$$

$$\frac{n_1}{\left(\frac{l}{v_1} + t_d\right)} = \frac{n_2}{\left(\frac{l}{v_2} + t_d\right)}.$$

Nakonec z rovnice vyjádříme v_2 a dostaneme výsledek úlohy

$$v_2 = \frac{l}{\frac{n_2}{n_1} \left(\frac{l}{v_1} + t_d\right) - t_d}.$$

Zajímavostí je, že pokud bychom chtěli zvýšit „průtok“ dané silnice tím, že bychom zvýšili maximální rychlost, stane se něco zvláštního. Lze to vystihnout limitou

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{n}{\frac{l}{v} + t_d} = \frac{n}{t_d},$$

z níž vyplývá, že i kdyby se auta teoreticky pohybovala nekonečnou rychlostí, bude mít silnice konečnou hodnotu „průtoku“. Jediná možnost jeho zvýšení je proto snížit reakční čas t_d (což by však nebylo bezpečné) nebo přistavět další pruhy.

Jan Benda
honzab@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.