

Úloha III.E . . . až moc sladký čaj

12 bodů; průměr 9,57; řešilo 40 studentů

Změřte stáčení polarizační roviny v závislosti na koncentraci cukru v roztoku.

*Káta nemá ráda slazený čaj.**Teorie*

Světlo je součástí spektra elektromagnetického vlnění, které se skládá ze dvou na sebe kolmých složek – elektrického a magnetického pole. Ty jsou zároveň kolmé na směr šíření světla. Pro naše účely se zaměříme pouze na vektor elektrického pole. Pokud bychom sledovali paprsek světla vycházející ze zářivky nebo Slunce, zjistili bychom, že vektor el. pole zabírá libovolný směr kolmý na šíření záření. O takovém záření řekneme, že je nepolarizované, neboli že nemá preferovaný směr, ve kterém probíhají oscilace elektrického pole. Oproti tomu polarizované světlo má pouze jeden přesně udaný směr, ve kterém může elektrická část světla kmitat.

Získat polarizované světlo můžeme získat dvěma způsoby, buď zpolarizujeme nepolarizované světlo nebo použijeme zdroj polarizovaného světla. K polarizaci světla použijeme polarizační fólii, která byla řešitelům zaslána poštou. Polarizační fólie má tu vlastnost, že propuští pouze tu část záření, jejíž směr kmitání odpovídá směru polarizační roviny fólie. Pokud na polarizační fólii posvítíme světlem polarizovaným kolmo na směru polarizační roviny fólie, žádné světlo neprojde. Zdrojem monochromatického polarizovaného světla jsou pak např. lasery nebo většina LCD obrazovek.

Opticky aktivní látky umí stáčet rovinu polarizovaného světla, a to buď v kladném, či záporném směru. Úhel stočení je určen následujícím vztahem

$$\alpha = cl [\alpha] ,$$

kde l je dráha světla v roztoku, c je koncentrace chirální látky¹ s jednotkami $\text{g}\cdot\text{ml}^{-1}$ a $[\alpha]$ je specifická rotace rozpuštěné látky.

Jednotkou specifické rotace je $[\alpha] = ^\circ\text{dm}^{-1}\cdot\text{ml}\cdot\text{g}^{-1}$. Jedná se o poměrně nezvyklou jednotku, jelikož žádné její složky nejsou uvedeny v základním tvaru. Důvodem je fakt, že se jedná o veličinu používanou hlavně v chemických oborech, kde se tyto konvence nedodržují a používají se jednotky, které jsou praktičtější pro experiment.

Měření

Základem našeho měření je laser, který by měl teoreticky vydávat již polarizované světlo o vlnové délce (638 ± 5) nm. Jelikož se nejedná o laser laboratorní kvality, můžeme očekávat, že záření, které vydává, bude pouze částečně polarizované, což napravíme vložení polarizační fólie mezi laser a kádinku. Světlo z laseru necháme dopadat kolmo na stěnu kádinky o objemu 1 l. V ní budeme připravovat vodný roztok sacharózy. Světlo dále prochází skrz druhou polarizační fólii a dopadá na terčík, kde měříme stočení úhlu polarizace. Při otáčení druhé polarizační fólie hledáme úhel, při kterém světlo kompletně nebo alespoň co nejvíce vymizí. Světlo v roztoku urazí vzdálenost 1 dm.

Jako první provedeme měření pouze s čistou vodou; začínáme s objemem $V_0 = 500$ ml a změříme rovinu polarizace polarizační fólie, neboli úhel, oproti kterému budeme odčítat další měření. Následně přidáme cukr o hmotnosti $m_c = 25$ g. Tím se hladina zvedne, ale jelikož laser

¹Stručně řečeno, chirální látky jsou ty látky, jejichž molekuly nejsou zrcadlově symetrické. Právě toto porušení symetrie má za důsledek stáčení polarizace světla procházejícího takovouto látkou nebo jejím roztokem.

vstupuje do kádinky horizontálně, nemění se vzdálenost, kterou paprsek musí projít. Změnu objemu a tedy i koncentrace roztoku nelze spočítat jako součet původního objemu a objemu přidaného krystalického cukru, vztah je složitější. Budeme tedy přímo měřit i změnu objemu po přidání cukru.

Po přidání cukru je potřeba směs dostatečně promíchat, aby se všechno rozpustil. Následně znovu změříme rovinu polarizace na terčiku pomocí polarizační fólie. Tento proces zopakujeme celkem 16krát, tudíž výsledná hmotnost cukru v roztoku je 400 g. Nyní odečteme úhel ze všech 16 měření. To můžeme udělat ručně pomocí úhloměru nebo můžeme terčik naskenovat a změřit pomocí libovolného programu (např. GIMP 2). Určíme hodnotu, vůči které budeme výsledky odčítat, tedy buď vůči 1. měření (čistá voda) nebo vůči společné přímce (např. GIMP 2 měří nejbližší úhel vůči vodorovné nebo svislé čáře). My si zvolíme měření pomocí programu GIMP 2. Úhel budeme měřit s přesností na jednotky stupňů.

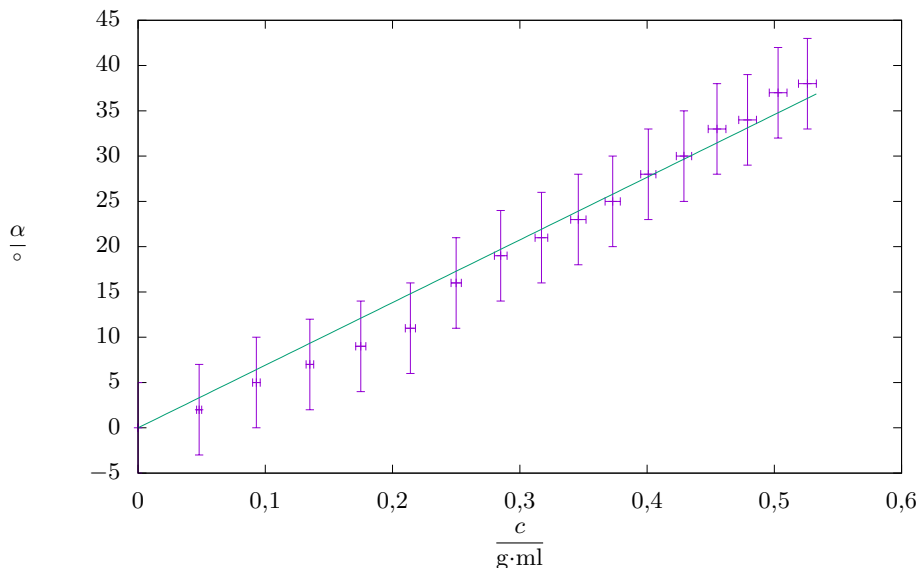
Naměřená data jsou vyznačena v tabulce 1.

Tab. 1: Tabulka naměřených hodnot

| $\frac{m}{g}$ | $\frac{V}{ml}$ | $\frac{c}{g \cdot ml^{-1}}$ | $\frac{\sigma_c}{g \cdot ml^{-1}}$ | $\frac{\alpha_0}{^\circ}$ | $\frac{\alpha}{^\circ}$ |
|---------------|----------------|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------|-------------------------|
| 0 | 500 | 0,000 | 0,000 | 68 | 0 |
| 25 | 520 | 0,048 | 0,002 | 65 | 2 |
| 50 | 540 | 0,093 | 0,003 | 63 | 5 |
| 75 | 560 | 0,135 | 0,003 | 61 | 7 |
| 100 | 570 | 0,175 | 0,004 | 59 | 9 |
| 125 | 590 | 0,214 | 0,004 | 56 | 11 |
| 150 | 600 | 0,250 | 0,005 | 52 | 16 |
| 175 | 620 | 0,285 | 0,005 | 49 | 19 |
| 200 | 630 | 0,317 | 0,005 | 46 | 21 |
| 225 | 650 | 0,346 | 0,006 | 44 | 23 |
| 250 | 670 | 0,373 | 0,006 | 42 | 25 |
| 275 | 690 | 0,401 | 0,006 | 39 | 28 |
| 300 | 700 | 0,429 | 0,006 | 37 | 30 |
| 325 | 720 | 0,455 | 0,007 | 35 | 33 |
| 350 | 730 | 0,479 | 0,007 | 33 | 34 |
| 375 | 750 | 0,503 | 0,007 | 31 | 37 |
| 400 | 760 | 0,526 | 0,007 | 29 | 38 |

kde m je hmotnost rozpuštěného cukru, V je celkový objem roztoku, c je vypočítaná koncentrace cukru a σ_c je absolutní odchylka koncentrace c . Hodnota α_0 označuje úhel, ve kterém jsme pozorovali minimální intezitu světla. Abychom zjistili o kolik stupňů se v každém měření stočila rovina polarizace (v tabulce α), odečteme od každého měření hodnotu naměřenou v prvním měření (tedy zjistíme jak se změnila rovina polarizace oproti měření s čistou vodou.). Rovina polarizace se stáčela proti směru hodinových ručiček, tedy fyzikálně řečeno v kladném směru. Úhel stáčení roste s narůstající koncentrací.

Podle teorie by úhel, o který se rovina polarizace stočí, měl být přímo úměrný koncentraci chirální látky. Naměřená data tedy budeme prokládat funkcí $\alpha(c) = kc$, kde parametr k odpovídá konstantě úměrnosti, tedy $k = l[\alpha]$. Získáme takto hodnotu $k = (75 \pm 2)^\circ \text{ ml} \cdot \text{g}^{-1}$. Naměřená

Obr. 1: Závislost stočení polarizační roviny α na koncentraci c .

hodnota specifické rotace tedy bude $[\alpha] = (75 \pm 2)^\circ \text{ dm}^{-1} \cdot \text{ml} \cdot \text{g}^{-1}$, protože délka dráhy paprsku v roztoku byla $l = 1 \text{ dm}$.

Chyby měření

Pro výpočet nejistoty měření koncentrace jsme využili přenosu chyb u dělení. Výsledná nejistota tudíž bude

$$\frac{\sigma_c}{c} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2},$$

kde $\sigma_m = 1 \text{ g}$ a $\sigma_V = 15 \text{ ml}$ odpovídají rozlišovací schopnosti použitých nástrojů. Pro chybu měření stočení roviny polarizace použijeme hodnotu $\sigma_\alpha = 5^\circ$. Úhломěr je sice schopen větší přesnosti, ale je třeba zohlednit i kvalitu polarizační fólie a faktu, že lidské oko, kterým pozorujeme intenzitu světla na terčíku, má pro naše účely velmi nízkou přesnost.

Diskuze

V průběhu experimentu je důležité, aby se jednotlivé části soustavy vůči sobě neposunuly. To by způsobilo systematickou chybu měření. Hlavním zdrojem nejistoty měření bylo určování okamžiku, kdy bylo polarizátorem blokováno nejvíce světla. To je způsobeno omezenou citlivostí lidského oka vůči malým rozdílům intenzity světla. Použitím detektoru světla nebo obyčejné fotodiody bychom odstranili systematickou při měření, čímž bychom získali přesnější výsledky. Poté do experimentu vstupují nepřesnosti způsobené měřicími přístroji – váhou a odměrným válcem.

Na internetu² lze dohledat optickou chiralitu sacharózy $[\alpha]_D^{20} = 66^\circ \text{dm}^{-1} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{g}^{-1}$ pro teplotu 20°C a světlo vydávané sodíkovou výbojkou, tedy pro vlnovou délku 589 nm . Experiment probíhal za přibližně stejné teploty, ale použili jsme světlo o jiné vlnové délce, což také mohlo ovlivnit výsledek experimentu.

Závěr

V experimentu se nám podařilo ověřit, že mezi stočením polarizační roviny a koncentrací roztoku platí přibližně přímá úměra.

Patrik Kašpárek

patrik.kasparek@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

²<https://en.wikipedia.org/wiki/Sucrose>