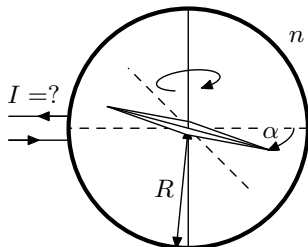


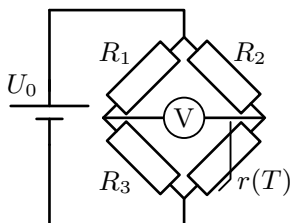
Úloha V.S ... míňame elektrinu

10 bodů; průměr 7,29; řešilo 31 studentů

- Hlinikáreň ročne vyprodukuje 160 000 t hliníka, ktorý sa vyrába elektrolyzou z oxidu hlinitého pomocou jednosmerného napätia $U = 4,3$ V. Určte koľko blokov jadrovej elektrárne s čistým elektrickým výkonom $W_0 = 500$ MW zodpovedá energii spotrebovanej hlinikárňou.
- Na tangentový galvanometer s n závitmi s polomerom R privedieme jednosmerný prúd o veľkosti I . Strelka kompasu sa vychýli o uhol α z rovnovážnej polohy. Odvodte vzťah potrebný pre určenie pretekajúceho prúdu.



- Meranie teploty T pomocou termistora na určenie jeho odporu $r(T)$ využíva Wheatstonov mostík s tromi odpormi o známych hodnotách R_1, R_2, R_3 . Aké napätie $U(T)$ nameriame na voltmetri uprostred mostíka?



- V druhej polovici minulého storočia sa používali konvenčné elektrické jednotky založené na fixovaní hodnôt frekvencie hyperjemného prechodu cézia $\nu_{Cs} = 9\,192\,631\,770$ Hz, von Klitzingovej konštanty $R_K = 25\,812,807$ Ω a Josephsonovej konštanty $K_J = 483\,597,9 \cdot 10^9$ Wb^{-1} . Určte hodnotu coulomba 1 C vyjadreného pomocou týchto konštant.

Dodovi se vybily baterky.

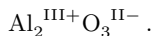
Úloha 1

V seriálu byl uvedený známý Faradayův zákon elektrolyzy ve tvaru

$$M = \frac{QM_{A1}}{F\nu}$$

kde M je hmotnost vyloučeného hliníku za čas $t = 1$ rok, Q je přenesený náboj za tento čas, $F \doteq 96\,500\text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$ je Faradayova konstanta a ν je počet přenesených elektronů na jednu reakci.

Atomy hliníku v čistém stavu mají oxidační číslo nulové, zatímco atomy hliníku v oxidu hlinitém mají oxidační číslo rovno 3, jak jde poznat z názvu a je vidět z chemického zápisu sloučeniny



Právě změna oxidačního čísla v tomto případě vyjadřuje počet elektronů přenesených pro vyloučení jednoho atomu hliníku, takže $\nu = 3$.

V první rovnici položíme $M = 160\,000\text{ t}$ jako hmotnost vyrobeného hliníku za jeden rok. Na to bylo potřeba přenést náboj $Q = 3MF/M_m$, což si vyžádalo práci

$$W_Q = QU = \frac{3MF}{M_{\text{Al}}}U \doteq 7,4 \cdot 10^{15}\text{ J},$$

kam jsme dosadili molární hmotnost hliníku $M_{\text{Al}} = 0,027\text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Jeden blok jaderné elektrárny s čistým elektrickým výkonem $W_0 = 500\text{ MW}$ za jeden rok stálého provozu vyrobí

$$W_e = W_0 t = 15,8 \cdot 10^{15}\text{ J},$$

kde $t = 1$ rok $\doteq 31,5\text{ Ms}$.

Porovnáním těchto dvou výsledků dostaneme, že je pro provoz hliníkárný potřeba

$$\frac{W_Q}{W_e} \doteq 0,47$$

bloku jaderné elektrárny. Na Slovensku se nachází hliníkárna podobné velikosti a v plném provozu opravdu spotřebovává několik procent celkové produkce elektřiny v zemi.

Úloha 2

Jak bylo vysvětleno v seriálu, spoléhá se tangentový galvanometr na porovnání magnetického pole Země a pole vytvořeného proudem v závitěch. Střelka se vychýlí vždy podél magnetických siločar. Na začátku je nutné zkalibrovat přístroj tak, aby střelka směřovala v rovině cívek, v tomto případě je zorientovaná pouze podél siločar magnetického pole Země. Jeho velikost označme jako B_Z , přičemž na Zemi se pohybuje v řádu desítek T.

Jakmile zapneme proud v cívkách, vznikne kolem vodičů magnetické pole. Zajímá nás jeho hodnota uprostřed cívek, kde se nachází střelka, a také jeho směr. Jeho určení je ale jednoduché – protože je cívka rotačně symetrická, musí pole směřovat kolmo k rovině cívek, jinak by totiž tuto symetrii porušovalo.

Velikost pole v tomto bodě můžeme spočítat podle Biot-Savartova zákona. Podrobný výpočet je proveden například zde¹ nebo zde², my zde uvedeme pouze výsledek ve tvaru

$$B_v = \frac{\mu_0 I n}{2R},$$

kde μ_0 je permeabilita vakua a ostatní veličiny jsou označené v zadání.

¹<http://reseneulohy.cz/395/magneticka-indukce-na-ose-kruhoveho-zavitu>

²<http://fyzikalniolympiada.cz/texty/magnet.pdf>

Střelka se nyní natočí ve směru výslednice obou polí. Ta jsou na sebe kolmá, takže pro úhel α platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_v}{B_z},$$

což po dosazení dává

$$I = \frac{2R}{n\mu_0} B_z \operatorname{tg} \alpha.$$

Pro určení přesné hodnoty protékajícího proudu tedy potřebujeme znát i velikost magnetického pole Země v daném místě měření.

Úloha 3

Voltmetr je elektrické zařízení, které má velmi velký vnitřní odpor, aby jím protékal malý proud a celé měření výrazně neovlivňovalo zbytek obvodu. Proud voltmetrem proto považujeme za velmi nízký v porovnání s proudem I_1 ve větvi se rezistory R_1 a R_3 i s proudem I_2 ve větvi s rezistory R_2 a termistoru $r(T)$. Zároveň tedy můžeme tvrdit, že proud I_1 je stejný jak v rezistoru R_1 , tak i v R_3 , podobně pro rezistory ve druhé větvi.

Protože napětí na koncích obou větví je U , platí podle Ohmova zákona

$$(R_1 + R_3) I_1 = U = (R_2 + r(T)) I_2,$$

odkud známe poměr velikostí proudů v obou větvích i jejich velikost.

Úbytek napětí na rezistoru R_1 v první větvi je $R_1 I_1$, úbytek napětí na rezistoru R_2 ve druhé větvi je $R_2 I_2$. Rozdíl mezi těmito hodnotami je rozdíl napětí na voltmetru. Dostáváme tak

$$U(T) = R_1 I_1 - R_2 I_2 = R_1 \frac{U}{R_1 + R_3} - R_2 \frac{U}{R_2 + r(T)} = U \left(\frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_1}} - \frac{1}{1 + \frac{r(T)}{R_2}} \right).$$

Tuto hodnotu napětí naměří voltmetr. Znaménko závisí na tom, jakým směrem ho do obvodu vložíme a na konkrétních hodnotách rezistorů. Aby napětí na voltmetru bylo nulové a protékal jím nulový proud, dostali bychom známou podmínku pro hodnoty odporů $r(T) = R_3 R_2 / R_1$.

Úloha 4

Úloha je jednoduchou aplikací rozměrové analýzy. Prvně si převedeme jednotky všech tří konstant do soustavy SI

$$\begin{aligned} [\nu_{Cs}] &= \text{Hz} = \text{s}^{-1}, \\ [R_K] &= \Omega = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}, \\ [K_J] &= \text{Wb}^{-1} = \text{A} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}, \end{aligned}$$

Naším cílem je pomocí vzájemného násobení či umocnění tato tři vyjádření nakombinovat, abychom dostali výsledek s jednotkou A·s. Není příliš složité si všimnout, že stačí spolu vynásobit R_K a K_J a tento součin převrátit, abychom dostali požadovaný výsledek.

Dostáváme tedy

$$Q = \frac{1}{R_K K_J} = (25\,812,807 \, \Omega \cdot 483\,597,9 \cdot 10^9 \, \text{Wb}^{-1})^{-1} = \frac{1}{12,48302} \cdot 10^{-18} \, \text{C}.$$

Odpovědí tedy je, že

$$1 \text{ C} = 12,48302 \cdot 10^{18} \frac{1}{R_K K_J} .$$

Můžeme doporučit pro převody jednotek elektromagnetických veličin anglickou Wikipedii, kde se např. pro ohm rovnou dozvíme, že je to poměr mezi weberem a coulombem.³

Jaroslav Herman
jardah@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

³<https://en.wikipedia.org/wiki/Ohm>