

## **Problémové úlohy FYKOSu**

*KAREL KOLÁŘ A KOL.*

*Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova, Praha*

Co by se stalo, kdyby se zmenšila rychlost světla na 1 000 kilometrů za hodinu? Topí víc metro, nebo lidé v jeho prostorech? Co třeba navrhnout konstrukci světelného meče? Nebo co by se stalo, kdybychom měli malou černou díru, která by procházela Zemí? Toto a mnohé další jsou problémové úlohy FYKOSu. Zmíníme si stručná řešení těchto úloh, kde najít jejich autorská řešení a že určitě má smysl, aby se středoškoláci zamýšleli nad komplexními problémy a snažili se je řešit.

### **Stručně o FYKOSu a jeho úlohách obecně**

FYKOS je zkratka, kterou používá Fyzikální korespondenční seminář Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Je korespondenční soutěž pro středoškoláky, jejíž nejlepší řešitelé jsou zváni dvakrát ročně na soustředění. Dále také skupina stejných organizátorů připravuje další soutěže a aktivity jako FYKOSí Fyziklání, Fyziklání online, Den s experimentální fyzikou, přednášky a další. Aktuální informace o semináři můžete nalézt na jeho webu [1] a prezentace a texty o něm pak na [2].

V posledních letech má FYKOS vždy 6 sérií ročně s 8 úlohami. Na řešení úloh mají účastníci vždy zhruba měsíc. Úlohy mohou odevzdávat jak poštou, tak přes elektronické odevzdávatko na webu. Po uzavření termínu série organizátoři účastníkům odevzdané úlohy opraví a pošlou jim je zpět s komentáři. Současně se také zveřejňují vzorová řešení. Archiv úloh ([3] či [4]) může sloužit jako inspirace pro učitele pro výuku, zejména ve fyzikálních seminářích vzhledem k tomu, že obvykle jsou úlohy FYKOSu komplikovanější než běžné úlohy z hodin fyziky.

Úlohy FYKOS dělí do několika typů – „jednoduché“ (2 v sérii), „normální“ (3 v sérii), „problémové“, experimentální a „seriálové“. I jednoduché úlohy jsou obvykle jiného rázu než učebnicové úlohy z hodin fyziky, ale měli by je zvládnout i šikovní žáci 1. ročníků SŠ. Experimentální úlohy jako jediné požadují provedení experimentu. Normální úlohy mohou být již komplikovanější a někdy vyžadují použití diferenciálního počtu, nějakých odhadů či numerických simulací. Seriálové úlohy jsou vázané k seriálovému textu, který je vydáván společně se zadáním série. Seriál se obvykle v průběhu jednoho ročníku FYKOSu věnuje jednomu fyzikálnímu oboru, který se pobírá.

Problémové úlohy, jak název napovídá, jsou trochu problémové. Někdy se jedná o otevřené fyzikální problémy, jindy jde o otázky, jak by se změnil svět, kdyby se změnila částečně fyzika, někdy jde o komplexnější úlohu vyžadující více odhadů. Nedá se úplně říci, že by tyto úlohy byly vždy stejného stylu. Článek přináší ukázky 5 vybraných problémových úloh a spíše než celá řešení takovou upoutávku na ně. Dodejme, že ani autorská řešení nemohou být vždy vyčerpávající už kvůli tomu, že k některým úlohám dá přistupovat z různých hledisek a některé

## Ukázky problémových úloh

### Co kdyby se snížila rychlost světla? (úloha 27-I-P [5])

**Zadání:** Jaký by byl svět, ve kterém by byly stejné hodnoty fundamentálních fyzikálních konstant, jenom rychlost světla by byla pouze  $c = 1\,000 \text{ km} \cdot \text{hod}^{-1}$ ? Jaký by byl takový svět pro život na Zemi, život lidí? A bylo by vůbec možné, aby v takovém světě existovali lidé?

**Nástin řešení:** Ve zkratce – svět by nemohl existovat tak, jak ho známe. Drobný problém je už v tom, které fyzikální konstanty budeme považovat za fundamentální, protože například permitivita a permeabilita vakua jsou spojeny s rychlostí světla vztahem  $1/c^2 = \epsilon_0 \mu_0$ . Musela by se tedy změnit buď permitivita nebo permeability nebo obě konstanty.

Důležité na této úloze je uvědomit si, že je mnoho fyzikálních jevů, které se nás přímo týká a přitom se jejich rychlosti blíží této nové rychlosti světla či ji přesahují. Například po jízdě autem po dálnici bychom již zvládli změřit dilataci času obyčejnými stopkami. Země obíhá v současné době Slunce rychlostí zhruba  $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ , což je více než osminásobek uvažované rychlosti světla. Sluneční soustava by tedy musela vypadat jinak.

Problémy by nebyly jenom v makrosvětě, ale i v mikrosvětě – elektrony kolem jader obíhají

### Hřeje více metro, nebo lidé v něm? (úloha 29-V-P [6])

**Zadání:** Jak všichni víme, v jeskyních střední Evropy je docela zima, okolo  $4 \text{ }^\circ\text{C}$ . Proč je v metru docela teplo celý rok? Uvolňuje se více tepla z přítomných lidí, nebo spíše z technického zázemí?

**Nástin řešení:** Tato úloha je jednou z těch praktičtějších. Je vlastně otázkou, kterou by si mohl klást každý, kdo jezdí metrem. Ukazuje se, že z toho, jak vysokou má metro spotřebu elektrické energie, je celková teplota v tunelech určena zejména právě disipací této energie. Nárůst teploty z lidí může převažovat zejména ve vozech metra.

### Jak navrhnout konstrukci světelného meče? (úloha 25-V-P [7])

**Zadání:** Navrhněte konstrukci světelného meče, aby byl sestrojitelný za současného poznání vědy a techniky a přitom vypadal i fungoval podobně, jako ten autentický ze Star Wars.

**Nástin řešení:** Konstrukce světelného meče z dnešního hlediska spíše spadá do kategorie sci-fi. Proč? Jednak není možné, aby to byl opravdu konečný laserový paprsek. Laser by musel mít minimálně nějaké zrcátko. Ovšem skutečný laserový meč by pak asi nefungoval jako bodná zbraň, ale to by podle filmů měl. Dále také by souboje se světelnými meči nebyly tak divácky atraktivní, protože by buď skrz sebe prošly, nebo by si pravděpodobně odřízly zrcátko. Kdybychom trvali na laseru, tak bychom ke světelnému meči, jak ho známe z filmů, nedošli.

Zkusme zvážit tedy nějakou jinou možnost – třeba plasmu. Kdyby byla plazma generována ze vzduchu přiváděnému rukojetí a distribuována do stran skrz keramickou stahovatelnou trubku s dírami po stranách, pak bychom mohli dosáhnout něčeho velice podobného světelnému meči z filmů. Nicméně problémem jsou materiály i energie. Keramika by jednak musela vydržet velké teploty a současně by musela vydržet i nárazy ze soubojů. V rukojeti by musela být baterie nebo nějaký zdroj energie, který by byl o výkonu jak menší elektrárna.

Takže zatím to nevypadá, že by někdo něco takového v nejbližší době vyvinul. Ale co víme o budoucnosti? To, jak se rozšíří internet a mobilní telefony, by nikdo před padesáti lety nečekal. I když v tomto případě máme, dle současné fyziky, určité pochybnosti, že se toho dosáhne.

### Co kdyby na Zemi byla malá černá díra? (úloha 29-III-P [8])

**Zadání:** Lukáš posiloval a povedlo se mu vyrobit černou díru o hmotnosti 1 kg. Protože nemá úplně v lásce kvantovou teorii pole na křivém pozadí, tak jeho díra nic nevyzařuje. Lukáš tuto díru upustí a ona začne kmitat uvnitř Země. Zkuste odhadnout, za jak dlouho se hmotnost díry zdvojnásobí. Je nebezpečné si doma pokoutně vyrábět černé díry?

**Nástin řešení:** Hned odhadem velikosti černé díry výpočtem Schwarzschildova poloměru zjistíme, že její poloměr je  $r_g = \frac{2GM}{c^2} = 1,5 \cdot 10^{-27}$  m, což je řádově menší, než poloměr jádra atomu, který má rozměr řádově  $10^{-15}$  m. Takto malá černá díry by se měla kvůli Hawkingově záření vypařit velice rychle, ale to máme zanedbat.

Naše černá díra není ani tak hmotná, aby vytrhla jádro z krystalické mřížky, pokud jím přímo neprolétá. Kdybychom ji vypustili na Zemi, tak by pravděpodobně začala kmitat skrz zemské jádro s periodou 42 minut. V průběhu jednoho takového průletu by sice nějaká atomová jádra „zkonzumovala“, ale řádově velice malý počet vůči její hmotnosti. Aby svou hmotnost zdvojnásobila, pak by to trvalo pravděpodobně dobu výrazně delší, než je v současnosti odhadované stáří vesmíru. Pravděpodobně bychom si tedy takové černé díry nikdy nevšimli.

### Fyzikální kritika pohádky Mrazík (úloha 26-VI-P [9])

**Zadání:** V pohádce *Mrazík* vyhodil Ivan loupežníkům kyje do takové výšky, že spadly až za půl roku. Jak vysoko by je musel vyhodit, aby dopadly za takovou dobu? Vytvořte první a druhý hrubý odhad. Zdůvodněte, proč jsou tyto odhady nejspíš řádově špatné. Co jste všechno zanedbali? Z jakých důvodů je celkově nesmyslné, aby kyje dopadly na prakticky stejné místo po půl roce? Nebraňte se proudu kritiky na tuto klasickou pohádku!

**Nástin řešení:** Hned úvodem bychom mohli říct, že je to nesmysl. Ale chceme toto tvrzení podložit nějakými pádnými argumenty. První z nich může být, že když „zkusíme“ aproximaci v homogenním poli, tak dojdeme k tomu, že výška vrhu by byla nesmyslně vysoká a tato aproximace nefunguje. Musíme tedy odhadnout výšku vrhu např. z Keplerových zákonů. Tak dojdeme k tomu, že by kyje musely být vyhozeny

téměř únikovou rychlostí. A to jsme zatím neuvážili atmosféru. Když ji uvážíme a uvážíme, že jde o dřevo, tak kyje shoří. Pokud bychom uvažovali nehořlavé (netavící se a nevypařující se dokonale tuhé kyje), tak i tak bude mít Ivan problém kyje hodit. Tedy on je bude mít problém hodit, i kdyby atmosféra nebyla. Musel by totiž dosáhnout astronomicky vysokého zrychlení na té krátké dráze, po které kyje mohl urychlovat.

## Slovo závěrem

Podrobnější autorská řešení naleznete na webu v odkazech uvedených v literatuře.

Organizátoři FYKOSu budou rádi, když budete šířit informaci o tom, že se středoškolaři (či hodně nadaní základěškolaři) mohou řešit naše úlohy. Také nás potěší, pokud budete využívat náš web jako zdroj úloh či nám naopak zašlete nějaké návrhy na úlohy mailem.

## Literatura

- [1] Organizátoři FYKOSu: *Hlavní stránka FYKOSu* <http://fykos.cz/>
- [2] Organizátoři FYKOSu: *Prezentace, texty a články o FYKOSu* <https://fykos.cz/prezentace>
- [3] Organizátoři FYKOSu: *Vyhledávání v zadání úloh* <http://fykos.cz/ulohy/vyhledavani>
- [4] Organizátoři FYKOSu: *Archiv zadání a ročenek* <http://fykos.cz/ulohy/archiv>
- [5] Jakub Kocák: *Vzorové řešení úlohy 27-I-P „rychlost světla“* <http://fykos.cz/rocnik27/reseni/reseni1-5.pdf>
- [6] Miroslav Hanzelka: *Vzorové řešení úlohy 29-V-P: „metrová“* <http://fykos.cz/rocnik29/reseni/reseni5-5.pdf>
- [7] Karel Kolář: *Vzorové řešení úlohy 25-V-P: „světelný meč“* <http://fykos.cz/rocnik25/reseni/reseni5-5.pdf>
- [8] Lukáš Ledvina: *Vzorové řešení úlohy 29-III-P: „Lukášova díra“* <http://fykos.cz/rocnik29/reseni/reseni3-5.pdf>
- [9] Karel Kolář: *Vzorové řešení úlohy 26-VI-P: „Mrazík“* <http://fykos.cz/rocnik26/reseni/reseni4-5.pdf>